RECET - Revista de Ciências Exatas e Tecnológicas

Sinop, v.1, Jul.-Dez. 2023/Jan.-Dez.2024
Recebido: 25-09-2023; Aceito: 01-10-2023
e-ISSN: 2965-9558; Artigo: e012403

O PROBLEMA DO TESOURO: TRÊS ABORDAGENS DE RESOLUÇÃO DO ENIGMA

THE TREASURE PROBLEM: THREE APPROACHES TO SOLVING THE PUZZLE

Rogério dos Reis Gonçalves [1]; Rafael Goulart de Andrade Santos [2]

[1] FACET/UNEMAT, Campus de Sinop – rogerio.goncalves@unemat.br
[2] FACET/UNEMAT, Campus de Sinop – rafaelgoulart12@gmail.com

RESUMO

O problema do tesouro é um enigma que envolve um tesouro escondido em uma ilha e a criação de um mapa que contém instruções para encontrá-lo. O mapa orienta os exploradores a partir de um ponto de referência, uma palmeira, e identifica um carvalho e um coqueiro na ilha. A busca pelo tesouro envolve uma série de passos a serem seguidos a partir desses elementos. O que mais intriga neste enigma é que a palmeira não existe e foi apenas mencionada no mapa para tornar a busca ainda mais desafiadora. Com um pouco de conhecimento sobre conceitos de vetores, números complexos ou geometria euclidiana, é possível determinar a localização exata do tesouro. Esta narrativa destaca um enigma matemático que exige raciocínio lógico e habilidades interpretativas para solucionar o problema. Apesar da ficção, ele exemplifica princípios fundamentais na resolução de problemas matemáticos, oferecendo um desafio intelectual envolvente.

Palavras-chave — o problema do tesouro, vetores, números complexos, geometria sintética.

ABSTRACT

The treasure problem is a puzzle that involves finding treasure hidden on an island and creating a map that contains instructions for finding it. The map guides explorers from a landmark, a palm tree, and identifies an oak and a coconut tree on the island. The search for treasure involves a series of steps to be followed based on these elements. What's most intriguing about this riddle is that the palm tree doesn't exist and was only mentioned on the map to make the search even more challenging. With a little knowledge about vector concepts, complex numbers or Euclidean geometry, it is possible to determine the exact location of the treasure. This narrative highlights a mathematical puzzle that requires logical reasoning and interpretive skills to solve the problem. Despite the fiction, it exemplifies fundamental principles in solving mathematical problems, offering an engaging intellectual challenge.

Keywords — the treasure problem, vectors, complex numbers, synthetic geometry.

1. INTRODUÇÃO

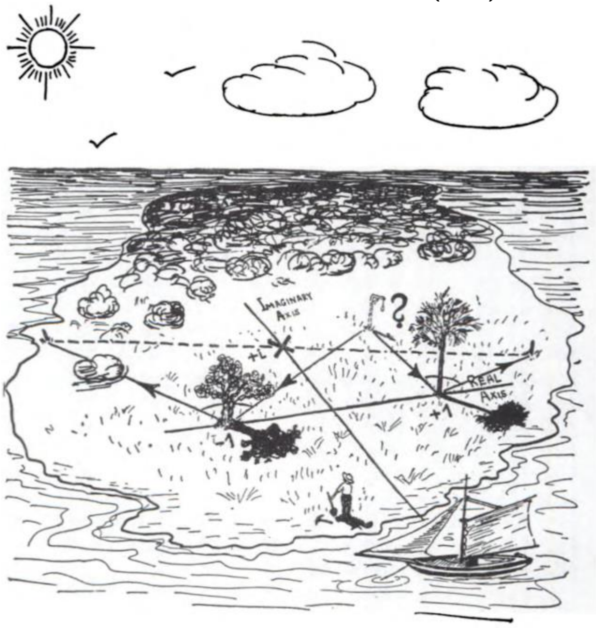
O "Problema do Tesouro" é apresentado em várias variantes e amplamente explorado em diversos recursos, como livros, sites, vídeos. Sua origem remonta a 1947, quando foi publicado no livro "One Two Three … Infinity" de George Gamow (ver Figura 1), e desde então, tem inúmeras adaptações inspiradas (Gamow, 1988).

Uma das versões é apresentada na Revista do Professor de Matemática (RPM), número 47.

Villiers (2016) aborda este problema e afirma que ele oferece uma ótima oportunidade para explorar conceitos de geometria dinâmica em sala de aula. O autor também demonstrou que a localização do tesouro pode ser obtida utilizando geometria de transformação. A explicação dedutiva fornece uma compreensão do porquê é possível localizar o tesouro sem conhecer o ponto de partida (considerado neste trabalho como a localização da palmeira).

Neste trabalho serão apresentadas três propostas de resolução diferentemente da apresentada na RPM.

Figura 1. Imagem da representação do Problema do Tesouro encontrada em Gamow (1988).



Fonte: (Gamow, 1988).

Neste trabalho consideraremos uma versão adaptada de Santos (2020).

> *Um tesouro foi enterrado em uma ilha e foi feito um mapa de sua localização. As instruções contidas no mapa dizem que ao desembarcar na ilha avistam-se imediatamente um carvalho e um coqueiro, e também uma palmeira. O tesouro está enterrado em um ponto que pode ser encontrado da seguinte forma: "Partindo da palmeira caminhe até o carvalho contando os passos. Chegando ao carvalho, gire para a direita 90º e caminhe o mesmo número de passos e, onde chegar, faça uma marca. Voltando novamente à palmeira, caminhe até o coqueiro contando os passos, gire à esquerda 90º e caminhe o mesmo número de passos e faça uma marca nesta posição. O tesouro está enterrado exatamente na reta que liga as duas marcas e à mesma distância das duas marcas".*

Depois de muito tempo, exploradores encontraram o mapa e decidiram ir à ilha resgatar o tesouro e tiveram uma desagradável surpresa. O carvalho e o coqueiro ainda estavam lá, mas a palmeira havia desaparecida.

Os exploradores não desanimaram e, depois de pensar um pouco, tiveram uma ótima ideia para resolver o problema de modo bastante prático. Como os exploradores fizeram para encontrar o lugar onde o tesouro estava enterrado e recuperá-lo mesmo sem a palmeira?

A resolução deste problema é um desafio intelectual que envolve habilidades matemáticas e integração de conceitos fundamentais de geometria vetorial, números complexos e geometria sintética (aqui entende-se por geometria euclidiana plana). Esta intrigante questão, que se inicia com a narrativa de um tesouro enterrado em uma ilha, oferece uma oportunidade para a aplicação prática e interdisciplinar do conhecimento matemático.

A abordagem para encontrar o tesouro exige o entendimento e a aplicação de vários conceitos fundamentais da matemática e é um excelente problema para que o docente possa também utilizá-lo na metodologia baseada na "resolução de problemas".

Em resumo, o "Problema do Tesouro" não é apenas um enigma matemático fascinante, mas também uma ferramenta valiosa na educação que promove a interconexão entre diferentes ramos da matemática e incentiva a aplicação prática do conhecimento. Isso prepara os alunos para enfrentar desafios matemáticos e intelectuais mais complexos no futuro.

2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

As informações detalhadas de como o problema proposto pode ser aplicado inclui os seguintes procedimentos: (i) descrição do cenário do problema (conforme apresentado em sua narrativa); (ii) representação gráfica (diagrama ou representação visual do cenário, indicando a localização da palmeira, do carvalho, do coqueiro e a rota descrita no enigma.); (iii) modelagem matemática; (iv) revisão de conceitos elementares de geometria analítica vetorial, números complexos e geométrica sintética; (v) considerações e suposições (indicação de quais suposições ou simplificações foram feitas durante a resolução e a justificativa para essas escolhas); (vi) validação e testes (validação embasada em argumentações de inferências lógicas e testes realizados por meio do uso de um *software*) e (vii) discussão sobre a interconexão de conceitos.

Essas informações oferecem uma explicação clara e abrangente do processo de resolução do "Problema do Tesouro", permitindo que os leitores compreendam e repliquem a abordagem utilizada.

3. CONCEITOS PRELIMINARES

Um segmento orientado é determinado por um par ordenado de pontos, o primeiro chamado origem do segmento, o segundo chamado extremidade (Steinbruch, 2003). A Figura 1 mostra uma representação geométrica deste segmento, em que a seta caracteriza visualmente a direção e o sentido. As Figuras 1 a 10, exceto a Figura 6, foram elaboradas no software GeoGebra 5.0.

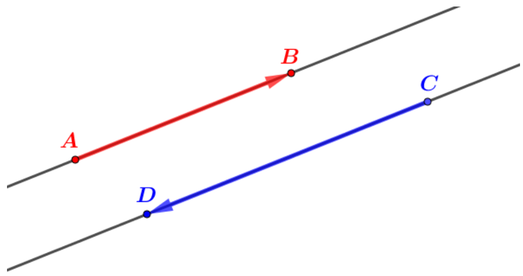
Figura 1. Segmento de reta orientado de origem A e extremidade B.

Fonte: Própria (2024).

Dois segmentos orientados não nulos AB e CD têm a mesma direção se as retas suportes destes segmentos são paralelas. Visualmente, a Figura 2 apresenta dois segmentos orientados com mesma direção.

Dois segmentos orientados AB e CD são equipolentes quando têm a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo comprimento. O uso de segmentos equipolentes na geometria analítica vetorial simplifica a representação, manipulação e análise de vetores, tornando mais fácil a resolução de problemas geométricos e físicos.

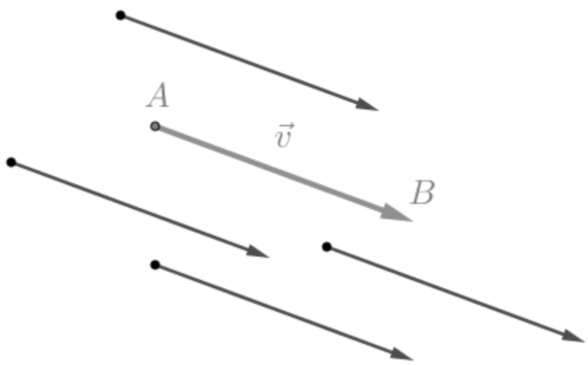
Figura 2. Representação geométrica de dois segmentos orientados de mesma direção e sentidos opostos



Fonte: Própria (2024).

Vetor determinado por um segmento orientado AB é o conjunto de todos os segmentos orientados equipolentes a AB e representado por $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$, como mostrado na Figura 3.

Figura 3. Vetor determinado por um segmento orientado AB.



Fonte: Própria (2024).

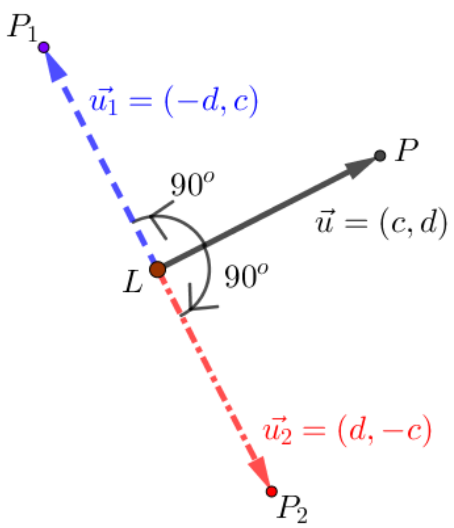
Definir um conjunto de segmentos equipolentes como sendo um vetor é importante porque simplifica a representação, manipulação e análise de vetores, além de garantir coerência com a teoria dos espaços vetoriais e facilitar sua aplicação em diversos contextos.

A utilização da "flechinha" na notação de vetor é uma convenção estabelecida para diferenciar quantidades vetoriais de quantidades escalares. A adição da flecha sobre um símbolo matemático indica que estamos lidando com uma grandeza que possui tanto magnitude quanto direção. Essa distinção é essencial, pois os vetores descrevem fenômenos físicos que têm uma orientação específica no espaço, como forças, velocidades, deslocamentos, entre outros. A presença da flecha facilita a compreensão visual do conceito de vetor, indicando claramente a direção e o sentido da quantidade representada. Além disso, essa convenção de notação é amplamente adotada em todo o ensino e na prática científica, garantindo consistência e clareza na comunicação matemática e física.

As características de um vetor $\vec{v}$ são as mesmas de qualquer um de seus representantes, isto é: o módulo, a direção e o sentido do vetor são o modulo, a direção e o sentido de qualquer um de seus representantes (STEINBRUCH, 2003).

Considere os elementos representados na Figura 4, em que cada coordenada dos pontos é um número real. Tem-se os seguintes resultados inerentes ao estudo da geometria analítica vetorial:

Figura 4. Figura auxiliar para apresentar alguns conceitos da geometria vetorial e números complexos.



Fonte: Própria (2024).

1. $\vec{u} = \overrightarrow{LP} = P - L$.
2. $L + \vec{u} = P$.
3. A rotação de $\vec{u} = (c, d)$ sob um ângulo de 90^o, no sentido anti-horário, é o vetor $\overrightarrow{u_1} = (-d, c)$, que se obtém ao multiplicar a matriz $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (matriz de rotação de 90^o) pelo vetor $\overrightarrow{u_1}^T = \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$.
4. A rotação de $\vec{u} = (c, d)$ sob um ângulo de 90^o, no sentido horário, é o vetor $\overrightarrow{u_2} = (d, -c)$, que se obtém ao multiplicar a matriz $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ (matriz de rotação de -90^o) pelo vetor $\overrightarrow{u_2}^T = \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$.

Podemos associar os vetores do plano euclidiano com os números complexos. Essa associação é conhecida como a identificação entre vetores do plano e números complexos.

No plano euclidiano, os vetores podem ser representados como pares ordenados de números reais (x, y), em que x é a coordenada ao longo do eixo x (horizontal) e y é a coordenada ao longo do eixo y (vertical). Por exemplo, um vetor $\vec{v}$ no plano pode ser representado como $\vec{v} = (a, b)$, em que $x = a$ e $y = b$.

Por outro lado, os números complexos também podem ser representados como pares ordenados de números reais, conhecidos como forma retangular, na forma (a, b), em que a é a parte real e b é a parte imaginária multiplicada por i, a unidade imaginária $(\sqrt{-1})$. Por exemplo, o número complexo $z = a + bi$ pode ser representado na forma retangular como $z = (a, b)$.

Portanto, podemos associar diretamente um vetor no plano euclidiano com um número complexo, identificando o vetor $\vec{v} = (x, y)$ com o número complexo $z = x + yi$. Essa identificação é útil em várias áreas da matemática e da física, onde as propriedades dos números complexos podem ser aplicadas para analisar e resolver problemas envolvendo vetores no plano euclidiano. Essa relação é especialmente útil em geometria analítica, onde operações com números complexos podem ser usadas para simplificar o cálculo e a análise de vetores no plano.

Assim, ao associar vetores no plano a números complexos, pode-se extrair mais dois resultados da Figura 4:

5. Se o ponto $P(x, y)$ denota o afixo do complexo $z = x + yi$, a rotação de P sob um ângulo de 90^o, no sentido anti-horário, em torno da origem, é o afixo P_1 do número complexo $z_1 = -y + xi$ e a rotação do

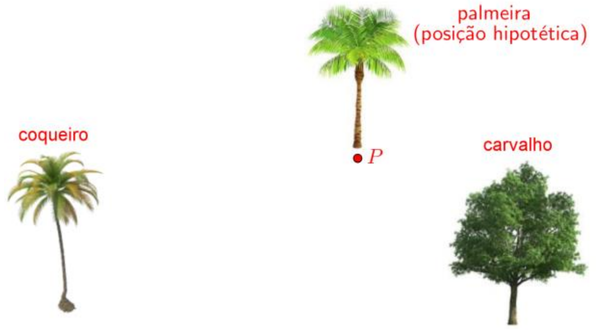
mesmo ângulo no sentido horário é o complexo $z_2 = y - xi$.

6. Dado o complexo z. Ao adicionar a ele o complexo $x + yi$, o novo complexo é a composição de uma translação horizontal (paralela ao eixo real) de x unidades e uma translação vertical (paralela ao eixo imaginário) de y unidades.

4. PROPOSTAS DE RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DO TESOURO

Uma das conclusões possíveis que os exploradores podem chegar é que para encontrar o tesouro, não importa a posição da palmeira (parte mais intrigante do problema, o que o torna ainda mais elegante) e isso será justificado no processo de resolução. Dessa forma, consideraremos P um ponto qualquer onde será considerada a localização hipotética da palmeira, como mostrado na Figura 5.

Figura 5. Representação geométrica do coqueiro e do carvalho na ilha, além da posição hipotética da palmeira localizada em um ponto qualquer *P*.



Fonte: Própria (2024).

A posição hipotética da palmeira é usada como uma referência para orientar a busca pelo tesouro, por meio das três abordagens propostas neste trabalho.

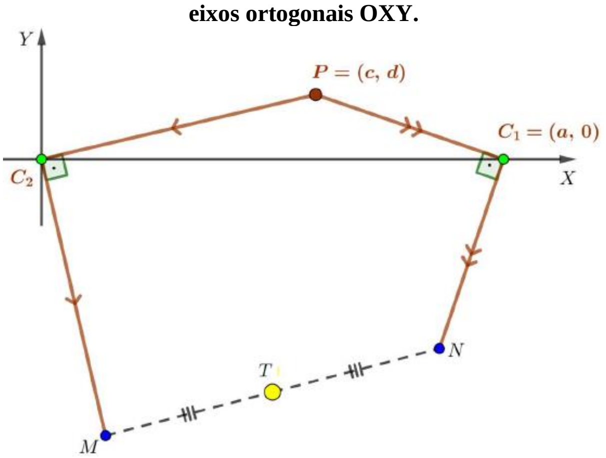
4.1 Abordagem fundamentada na geometria analítica vetorial

A abordagem baseada na geometria analítica vetorial e nos números complexos emprega um sistema de eixos ortogonais. Embora a escolha desse sistema não influencie diretamente na localização do tesouro, uma seleção apropriada pode contribuir significativamente para a resolução de certos problemas por diversas razões:

- conveniência na representação;
- simplicidade nos cálculos: às vezes, escolher uma orientação específica dos eixos pode simplificar os cálculos necessários para resolver o problema. Por exemplo, se as coordenadas dos pontos são conhecidas e se alinham mais naturalmente com uma orientação específica dos eixos, os cálculos envolvidos podem se tornar mais simples e diretos);
- aproveitamento de simetrias: em certos problemas, uma orientação particular dos eixos pode ajudar a destacar simetrias relevantes que simplificam a análise. Por exemplo, se o problema envolve uma simetria especial em relação a uma direção específica, a escolha dos eixos pode permitir que essa simetria seja explorada de forma mais eficaz);
- compatibilidade com outras ferramentas ou métodos: em alguns casos, a escolha de uma orientação específica dos eixos pode ser compatível com outras ferramentas ou métodos de análise que estão sendo utilizados para resolver o problema. Por exemplo, se o problema envolve o uso de técnicas de geometria analítica ou álgebra linear, a escolha de uma orientação específica pode ser mais adequada para esses métodos.

Com base nessas razões, para as duas primeiras abordagens, será adotado o sistema de eixos ortogonais OXY (origem em C_2, eixo x passando por C_2 e C_1, e orientação positiva no sentido $C_2 \rightarrow C_1$), como mostrado na Figura 6.

Figura 6. Ilustração geométrica do problema do tesouro com as coordenadas dos pontos associadas ao sistema de eixos ortogonais OXY.



Fonte: (Santos, 2020).

Os pontos C_1 e C_2 representam, respectivamente, o carvalho e o coqueiro, P representa a palmeira e T o tesouro.

Note que $M = C_2 + \overrightarrow{C_2M}$, em que $\overrightarrow{C_2M}$ é o vetor que se obtém por meio de uma rotação de 90^o, no sentido horário, do vetor $\overrightarrow{C_2P} = (c, d)$ em torno da origem. Assim, tem-se $\overrightarrow{C_2M} = (d, -c)$ e, portanto,

$$M = C_2 + \overrightarrow{C_2M} = (d, -c)$$

Por outro lado, $N = C_1 + \overrightarrow{C_1N}$, onde $\overrightarrow{C_1N}$ é a rotação do vetor $\overrightarrow{C_1P} = (c - a, d)$ de um ângulo de 90^o no sentido anti-horário, em torno da origem. Logo, tem-se $\overrightarrow{C_1N} = (-d, c - a)$ e, portanto,

$$N = C_1 + \overrightarrow{C_1N} = (a - d, c - a)$$

Como o tesouro, cuja representação será denotada pelo ponto T, encontra-se no ponto médio do segmento MN, segue que

$$T = \frac{M + N}{2} = (a/2, -a/2)$$

A solução do problema revela que o tesouro está localizado no ponto T pertencente à mediatriz do segmento C_1C_2, tal que a distância do tesouro a este segmento equivale à metade da distância entre o carvalho e o coqueiro. Isso evidencia que a localização da palmeira não é de fato crucial, tornando este problema fascinante e intrigante.

Destaca-se aqui que o mapa poderia ter sugerido aos exploradores partir de qualquer ponto, pois, desde que as instruções sejam seguidas corretamente, chegar-se-ia ao tesouro. No entanto, o segredo reside em incluir uma palmeira que não havia naquele local, com o propósito de acreditarem que não seria possível sua localização, levando-os à desistência. Mas eles demonstraram perspicácia em matemática em não se deixaram enganar.

Compreender e aplicar os conceitos de geometria analítica vetorial é crucial para resolver problemas do mundo real. Embora o problema em questão seja um enigma, ao utilizar vetores para representar a posição dos objetos envolvidos e aplicar técnicas geométricas vetoriais na sua resolução, os estudantes podem aprimorar sua compreensão dos conceitos fundamentais da geometria analítica. Este problema oferece uma oportunidade valiosa para os alunos aplicarem seus conhecimentos teóricos em um contexto prático e desafiador. Ao enfrentar esse problema, os alunos são incentivados a pensar de forma analítica e criativa, identificando estratégias eficazes para encontrar a localização do tesouro com base nas informações fornecidas sobre a posição dos pontos relevantes no plano.

Além disso, resolver o problema do tesouro ajuda os alunos a aprimorar suas habilidades de raciocínio espacial, resolução de problemas e interpretação de resultados. Ao trabalhar com vetores e coordenadas para representar as posições dos objetos e calcular distâncias e direções, os alunos desenvolvem uma compreensão mais profunda dos conceitos de magnitude, direção e orientação.

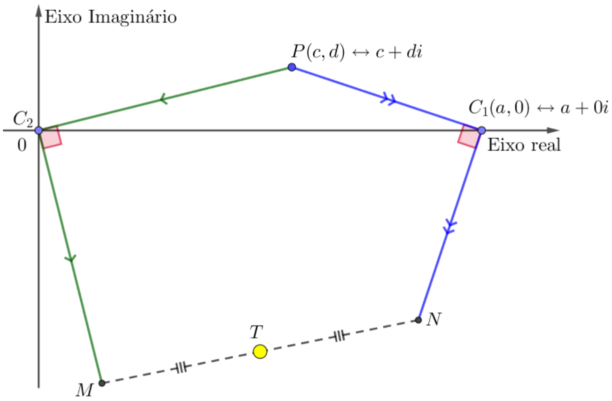
Ao incorporar o problema do tesouro em disciplinas de geometria analítica vetorial, os educadores fornecem aos alunos uma oportunidade prática de aplicar seus conhecimentos matemáticos em um contexto do mundo real. Isso não só aumenta o engajamento dos alunos no aprendizado, mas também os prepara para enfrentar desafios semelhantes fora da sala de aula, onde a capacidade de pensar de forma analítica e resolver problemas complexos é fundamental.

4.2 Abordagem fundamentada nos números complexos

A abordagem baseada nos números complexos oferece uma perspectiva valiosa e eficaz para resolver problemas de geometria analítica. Ao empregar os números complexos para representar pontos no plano, os estudantes podem explorar uma variedade de técnicas que facilitam a análise e a resolução de problemas geométricos complexos. Neste contexto, a utilização dos números complexos permite uma correspondência direta e biunívoca entre os pontos do plano e os próprios números complexos. Essa correspondência simplifica a representação e o cálculo das coordenadas dos pontos, fornecendo uma abordagem clara e precisa para a resolução de problemas geométricos.

Considere o sistema de eixos ortogonais OXY ilustrado na Figura 7, em que o símbolo $P(x, y) \leftrightarrow x + yi$ representa a correspondência biunívoca entre o complexo $z = x + yi$ e o seu afixo (ponto P representado no plano complexo).

Figura 7. Ilustração geométrica do problema do tesouro com as coordenadas dos pontos associados aos afixos dos números complexos.



Fonte: Própria (2024).

O afixo M é obtido do afixo P por meio de uma rotação de um ângulo de 270^o no sentido anti-horário ou, equivalentemente, 90^o no sentido horário. Para isso, basta multiplicar o complexo $c + di$ pelo complexo $\cos 270^o + isen\, 270^o = \cos(-90^o) + isen(-90^o) = -i$. Assim, o afixo M é representado por

$$(c + di) \cdot (-i) = d - ci.$$

A fim de obter o complexo representado pelo afixo N, basta rotacionar o afixo do complexo $(c + di) - (a + 0i) = c - a + di \leftrightarrow (c - a, d)$ sob um ângulo de 90^o no sentido horário e adicionar o complexo $a + 0i = a$. Sendo assim, a forma algébrica do complexo representado pelo afixo N é dado por $(c - a + di) \cdot (\cos 90^o + isen\, 90^o) + a = (c - a + di) \cdot i + a = a - d + (c - a) \cdot i$

Portanto, o afixo N possui a seguinte forma algébrica:

$$a - d + (c - a) \cdot i$$

Por fim, obtém-se a representação algébrica do afixo T, tomando a média aritmética dos complexos representados pelos afixos M e N, como segue

$$\frac{[d - ci] + [a - d + (c - a) \cdot i]}{2} = \frac{a}{2} + \frac{a}{2}i$$

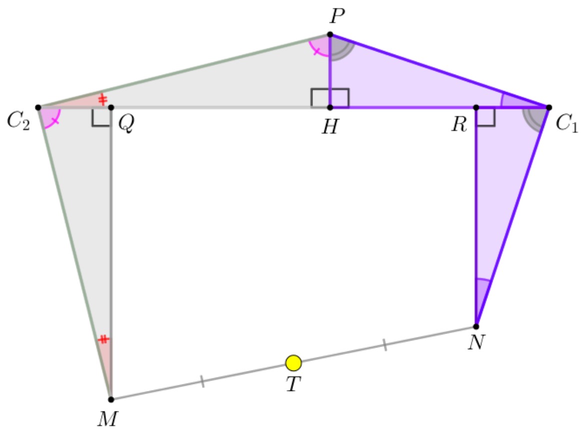
Um aspecto importante dessa abordagem é a capacidade de realizar transformações geométricas, como rotações e translações, de forma simples e elegante usando operações aritméticas com números complexos. Por exemplo, para obter o afixo de um ponto após uma rotação de 270° no sentido anti-horário, basta multiplicar o afixo original pelo complexo -i, o que resulta em uma manipulação algébrica direta e intuitiva. Além disso, a abordagem com números complexos facilita a visualização e compreensão das propriedades geométricas, permitindo aos alunos explorar conceitos como distância, direção e orientação com mais clareza e precisão. Isso pode levar a uma compreensão mais profunda sobre os números complexos e preparar os alunos para enfrentar problemas mais desafiadores.

Em resumo, a abordagem baseada nos números complexos é uma ferramenta eficaz e versátil para resolver problemas de geometria analítica em sala de aula. Ao proporcionar uma maneira elegante de representar pontos no plano e realizar transformações geométricas, os números complexos enriquecem o estudo da geometria analítica e capacitam os alunos a enfrentar uma variedade de problemas com confiança e habilidade.

4.3 Abordagem fundamentada na geometria sintética

Vamos considerar que os pontos C_1, C_2 e P sejam não-colineares. Caso contrário, a solução é imediata. A Figura 8 ilustra a situação do problema do tesouro com as posições dos pontos M, N e P após a aplicação de alguns conceitos elementares inerentes à geometria euclidiana plana.

Figura 8. Ilustração parcial da resolução do problema do tesouro considerando alguns conceitos elementares da geometria euclidiana plana.



Fonte: Própria (2024).

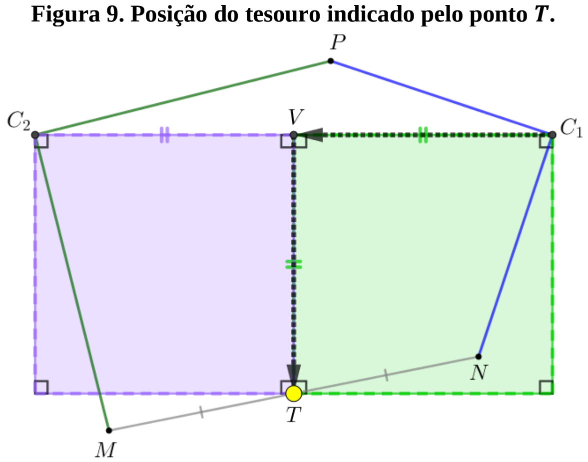
Podemos notar que há dois pares de triângulos retângulos congruentes e que $QMNR$ é um trapézio retângulo de bases QM e RN. Como T é ponto médio de MN, ele é equidistante dessas bases e visto que $C_2Q = C_1R = PQ$, a projeção ortogonal do ponto T sobre o segmento C_1C_2 é equidistante de C_1 e C_2.

Por outro lado, a distância de T ao lado C_1C_2 é igual a $\frac{RN+QM}{2}$.

Da congruência de triângulos, $RN = C_1H$ e $QM = HC_2$ e, portanto, a distância de T ao lado C_1C_2 é igual a $\frac{C_1C_2}{2}$.

Com base nessas análises, pode-se concluir que o ponto T está localizado na posição indicada na Figura 9.

Figura 9. Posição do tesouro indicado pelo ponto *T*.



Fonte: Própria (2024).

Em resumo, a resolução do problema por meio da geometria sintética nos mostra que o tesouro pode ser encontrado da seguinte maneira:

> *Partindo do carvalho e seguindo em direção ao coqueiro, caminhe até o ponto médio entre eles (ponto T). A partir desse ponto, faça uma rotação de 90° no sentido anti-horário, mantendo a mesma distância percorrida anteriormente, e pare. O tesouro está localizado neste ponto (ponto T).*

A importância de usar a geometria sintética em sala de aula é evidenciada na resolução do problema do tesouro. Ao aplicar conceitos elementares da geometria euclidiana plana, como congruência de triângulos e propriedades de trapézios retângulos, os alunos são capazes de desenvolver uma compreensão mais profunda dos princípios geométricos fundamentais.

Na resolução do problema do tesouro, a geometria sintética permite identificar relações geométricas importantes entre os pontos envolvidos, como a equidistância do ponto T em relação aos pontos C_1 e C_2 e a determinação da distância de T ao lado C_1C_2. Essas análises geométricas levam à conclusão de que o tesouro está localizado na posição indicada na Figura 9.

Em suma, a abordagem sintética revela uma solução clara e intuitiva para o problema, em que os alunos podem visualizar geometricamente o processo de encontrar o tesouro. Isso promove o desenvolvimento do raciocínio espacial, habilidades de dedução e compreensão conceitual, aspectos essenciais no estudo da geometria e matemática em geral.

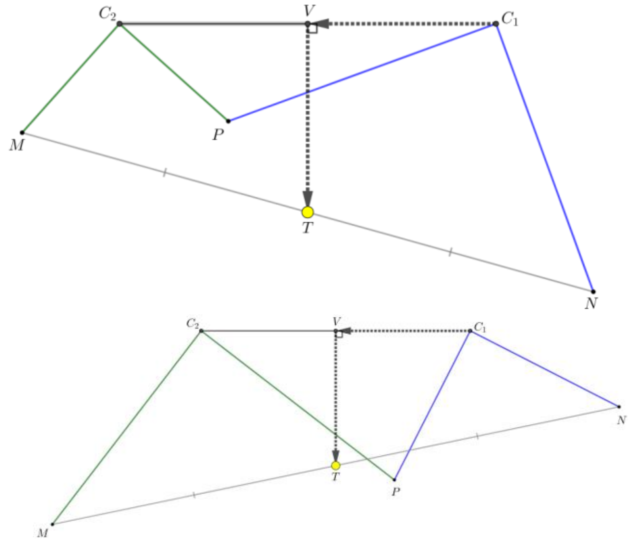
5. DISCUSSÃO

A resolução do problema do tesouro destaca a fascinante dinâmica entre o raciocínio lógico e a habilidade matemática necessária para enfrentar desafios complexos. Essa experiência destaca a importância do desenvolvimento do raciocínio lógico e da aplicação prática dos conhecimentos matemáticos na resolução de problemas, considerando variadas abordagens. Além disso, a integração de tecnologias educacionais, como o Geogebra, desempenha um papel fundamental no processo de aprendizagem. A visualização do problema do tesouro por meio de *software* de geometria dinâmica permite que os alunos experimentem e explorem diferentes cenários, reforçando sua compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos. Ao interagir com representações visuais do problema, os alunos podem desenvolver uma compreensão mais profunda da relação entre os elementos geométricos e a solução do problema.

Portanto, ao abordar o problema do tesouro em sala de aula, é essencial incentivar os alunos a desenvolver habilidades de raciocínio lógico, promover a aplicação prática dos conceitos matemáticos e utilizar recursos tecnológicos para enriquecer a experiência de aprendizagem. Essa abordagem não apenas fortalece as habilidades matemáticas dos alunos, mas também os prepara para enfrentar desafios complexos e resolver problemas do mundo real de maneira eficaz.

As três abordagens tratadas neste trabalho ocorreram de forma genérica. Essa é uma prática valiosa na matemática, pois permite identificar padrões e propriedades que se aplicam independentemente das condições específicas do problema. Resolver problemas de forma genérica pode levar a uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos subjacentes e foi assim que a posição da palmeira se revelou irrelevante para encontrar o tesouro, como mostrado na Figura 10, o que tornou o problema ainda mais intrigante.

Figura 10. Representação gráfica de outras duas posições hipotéticas da palmeira, mostrando que a posição do tesouro permanece inalterado.



Fonte: Própria (2024).

6. CONCLUSÕES

O trabalho em questão não se destina especificamente ao ensino de matemática; no entanto, mesmo assim, foram apresentados alguns apontamentos sobre sua aplicabilidade em sala de aula. O objetivo principal foi explorar diferentes abordagens matemáticas na resolução de enigmas, destacando a diversidade de técnicas e a aplicação prática dos conceitos aprendidos. Essas abordagens não apenas fornecem soluções eficazes para o problema do tesouro, mas também promovem o desenvolvimento de habilidades de raciocínio lógico, interpretação e resolução de problemas entre os alunos. Ao desafiar os alunos a pensar de maneira criativa e analítica, o enigma do tesouro oferece uma oportunidade valiosa para promover um entendimento mais profundo dos princípios matemáticos fundamentais.

O problema do tesouro apresentado neste contexto oferece uma rica oportunidade para explorar diferentes abordagens matemáticas na resolução de enigmas. As três técnicas apresentadas, geometria analítica vetorial, números complexos e geometria sintética, demonstram as características e a aplicabilidade de diversos ramos da matemática em situações práticas.

A abordagem da geometria analítica vetorial oferece uma perspectiva eficaz para lidar com problemas que envolvem coordenadas e vetores. A representação gráfica facilita a visualização do processo de localização do tesouro, fornecendo uma solução precisa e eficiente.

Por outro lado, a utilização de números complexos apresenta uma solução elegante, explorando as propriedades algébricas desses números. Esta abordagem demonstra como conceitos aparentemente abstratos podem ser aplicados de forma concreta na resolução de problemas práticos.

A geometria sintética, baseada nos postulados de Euclides, oferece uma perspectiva mais tradicional, mas igualmente valiosa, para resolver o problema. Ao utilizar construções geométricas e raciocínio dedutivo, esta abordagem ressalta a importância da dedução lógica na resolução de problemas matemáticos.

Na sala de aula, é importante o estudo deste tipo de problema. Ele não apenas incentiva os alunos a aplicar conceitos matemáticos de forma criativa, mas também promove o desenvolvimento de habilidades de raciocínio lógico, interpretação e resolução de problemas. Além disso, uma narrativa envolvente do enigma do tesouro pode cativar o interesse dos alunos, tornando o aprendizado da matemática mais envolvente e motivador.

Ao abordar este problema, os educadores têm a oportunidade de destacar a importância da flexibilidade cognitiva na resolução de problemas. Cada abordagem apresentada demonstra que não existe uma única maneira correta de resolver um problema matemático, incentivando os alunos a explorar diversas estratégias para alcançar uma solução.

Em suma, o problema do tesouro oferece uma lição valiosa sobre a diversidade de abordagens matemáticas e a aplicação prática dos conceitos aprendidos em sala de aula. Ao desafiar os alunos a pensar de maneira criativa e analítica, esse tipo de enigma promove um entendimento mais profundo dos princípios matemáticos fundamentais.

REFERÊNCIAS

Gamow, G. (1988). *One, two, three--infinity: facts and speculations of science*. Courier Corporation.

GeoGebra. (2015). GeoGebra (Versão 5.0) [*Software de computador*]. Disponível em https://www.geogebra.org/.

Santos, R. G. A. (2020). *Processos Algébricos na Resolução de Problemas de Geometria Euclidiana Plana e Espacial*. Dissertação de Mestrado. Mestrado Profissional em Rede Nacional – PROFMAT. Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas. Universidade do Estado de Mato Grosso. Câmpus de Sinop.

Steinbruch, A., & Winterle, P. (2003). *Geometria Analítica*. McGraw-Hill. São Paulo. 2003.

Villiers, M. (2016). An explanatory, transformation geometry proof of a classic treasure-hunt problem and its generalization. *International Journal of Mathematical Education In Science & Technology*. DOI: 10.1080/0020739X.2016.1210245.