CONTRIBUIÇÕES DA LÓGICA DO DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO DE IMRE LAKATOS AO TRABALHO COM PROVAS E DEMONSTRAÇÕES NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Eberson Paulo Trevisan*
eberson76@hotmail.com

RESUMO

Imre Lakatos foi um filósofo da matemática e das ciências de renome internacional, tem normalmente seu nome relacionado aos chamados programas de pesquisa, termo cunhado pelo mesmo para descrever como se dá o avanço das ciências. Neste trabalho, contudo, buscamos abordar a concepção do mesmo frente a sua filosofia da matemática, explorando um pouco seu livro: "A lógica do desenvolvimento matemático: provas e refutações", livro esse publicado após sua morte e baseado em sua tese de doutorado. Buscamos estabelecer como a heurística da lógica do desenvolvimento da matemática proposta por Imre Lakatos a respeito das demonstrações matemáticas podem contribuir mais significativamente do que o modelo euclidiano dedutivo no ensino de matemática ao se trabalhar com provas e demonstrações. Destacamos que as bibliografias utilizadas apontam para a existência de materiais didáticos utilizando-se do método dedutivo euclidiano no ensino básico atual.
Palavras-chave: Provas e demonstrações. Ensino de Matemática. Imre Lakatos.

1 INTRODUÇÃO

O tema relativo às provas e demonstrações no ensino de matemática há algum tempo tem despertado interesse de vários pesquisadores pelo mundo. No Brasil a grande maioria das pesquisas sobre a temática iniciou no começo da década de 80 e aumentaram crescentemente na década de 90 (PIETROPAOLO, 2009). No cenário mundial "as pesquisas acerca das demonstrações vêm se intensificando nos últimos quinze anos com a formação de grupos internacionais de pesquisa específicos" (BATISTA & NAGAFUCHI, 2010, p. 1083). Um jornal dedicado ao assunto o *International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof*, que pode ser acessado em http://www.lettredelapreuve.it, congrega trabalhos relativos ao tema, alguns eventos internacionais de Educação Matemática têm criado grupos de trabalhos destinados ao assunto, bem como algumas revistas renomadas na academia na área de Educação

* Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Rede Amazônica de Ensino de Ciências e Matemática (REAMEC) polo da UFMT Cuiabá. Professor assistente do Instituto de Ciências Naturais, Humanas e Sociais (ICNHS) da UFMT Sinop.

Matemática, como é o caso da nacional *Bolema* e da internacional *ZDM Mathematics Education*, têm publicações de edições especiais dedicadas ao tema. Registramos esses fatos no intuito de reforçar o crescente interesse que a temática tem alcançado nos últimos anos frente as pesquisas educacionais da área.

Apesar do destaque, as pesquisas relacionadas ao tema “entre pesquisadores em Educação Matemática, tem sido muito intenso e profícuo em alguns países, em especial, Inglaterra, Estados Unidos, França e Itália, enquanto no Brasil o número de trabalhos nessa área ainda é bastante reduzido” (PIETROPAOLO, 2009, p. 239), o que aponta a necessidade maior de reflexões e elaboração de pesquisas na área. O autor supracitado aponta ainda a existência de aspectos bastante distintos entre as pesquisas realizadas sobre a temática, necessitando haver uma convergência mais focal em certos contextos na busca da melhoria das discussões.

Com relação à terminologia utilizada para as provas e demonstrações Pietropaolo, apresenta que:

> Convém inicialmente assinalar que em artigos sobre a história da Matemática, e em particular, sobre Educação Matemática são usados variados termos para se referir as demonstrações, tais como: demonstrações formais, demonstrações rigorosas, provas rigorosas, ou simplesmente provas. E nem sempre essas expressões são utilizadas como sinônimos (2009, p. 238).

Na área de referência, provas e demonstrações são geralmente empregadas como sinônimos, contudo em Educação Matemática é comum haver uma distinção entre as duas, recebendo a prova um caráter mais geral que a demonstração. Particularmente comungamos dessa distinção, contudo, para apresentação deste trabalho adotaremos os termos como sinônimos, pois um dos focos principais do mesmo é refletir um pouco sobre a concepção filosófica da matemática de Imre Lakatos e sua metodologia das provas e refutações, na qual o mesmo não faz distinção entre os termos.

2 HEURÍSTICA DAS PROVAS E DEMONSTRAÇÕES

Imre Lakatos em sua filosofia da matemática discute a construção do conhecimento matemático destacando o caráter heurístico dessa ciência. Entendemos conforme Fonseca (1992, p. 32), que “a heurística será pois a ciência que estuda a atividade do pensamento criador” nesse sentido, ainda seguindo a definição da autora temos que “o objetivo da heurística é o estudo dos métodos e das regras de descobertas da inversão” (1992, p. 32). Assim temos que a filosofia da matemática discutida por Lakatos está preocupada em apresentar como se dá o desenvolvimento, os avanços e a criação da matemática.

Frente ao tema em questão Puckin (1976) argumenta que a heurística moderna frequentemente tem sido relacionada com a solução de problemas. Neste caso, a heurística da criação matemática, está relacionada com os problemas dessa ciência. Pensando na área de referência, quais seriam os problemas em questão para a matemática? Segundo Nagafuchi & Batista, (2008) esses problemas dizem respeito às demonstrações, conforme apresenta:

> A possibilidade da demonstração no seio da Matemática a distingue da necessidade e do caráter empírico das ciências que são ditas naturais. Por meio dela os matemáticos podem desenvolver e avançar em sua ciência, estabelecendo uma árvore teórica derivada de algumas verdades primeiras, os postulados e axiomas, em que cada galho e cada folha representam um resultado, um teorema ou um corolário, mantendo o caráter de verdade, universal atemporal (p. 4).

Essa concepção relacionando o trabalho do matemático com as demonstrações parece bem nítida na sociedade, de maneira geral é fácil encontrarmos afirmações do tipo: “uma das atividades essenciais do matemático é certamente a demonstração” (MACHADO & SANTOS, 2011, p. 50). De fato o trabalho do matemático, profissional responsável pelo avanço do conhecimento científico nessa área, está muito relacionado com a busca da validação de proposições e conjecturas através do desenvolvimento das provas e demonstrações.

Contudo há de se destacar que na contemporaneidade o trabalho profissional em relação a matemática encontra-se divido em praticamente três grandes ramos: a chamada matemática pura, cujo profissional aproxima-se muito do perfil descrito acima, a matemática aplicada, onde o profissional está interessado em buscar aplicações para essa matemática desenvolvida, e em um cenário mais recente, a chamada educação matemática, nesse ramo o enfoque do profissional está voltada ao desenvolvimento de técnicas e metodologias para o ensino da matemática. Este profissional em muitas situações articula com o trabalho desenvolvido pelos outros dois ramos, como ocorre ao utilizar-se de provas e demonstrações no cenário de ensino, em geral essas não foram desenvolvidas pelo mesmo, mas podem passar a serem seus objetivos de ensino.

Tendo como foco de ensino a utilização das provas e demonstrações no contexto educacional, vale aqui ressaltar que o fato da matemática ser uma ciência dedutiva, e das demonstrações fornecerem a base dessa ciência, tem sido apontado por muitos pesquisadores do assunto um dos motivos para que as mesmas estejam presentes nos currículos da educação básica. Contudo esse não é o único dos motivos como destaca Pietropaolo:

> os motivos pelos quais as provas, rigorosas ou não, deveriam estar presentes nos currículos dessa área do conhecimento em qualquer nível de escolarização não se resumem apenas ao fato de que uma demonstração é o - ou está no - "coração da matemática". É fundamental olhar a relação prova-Educação Matemática sob outras perspectivas, não exclusivas, tais como: cognição, práticas argumentativas, ambientes informatizados (2009, p. 246 e 247).

É necessário olhar para as múltiplas possibilidades e para o potencial das provas e demonstrações frente ao processo de ensino e aprendizagem. O argumento de que elas são a base da ciência matemática é válido para sua utilização, mas deve ser profundamente articulado com outros objetivos, para que a utilização das mesmas torne-se realmente significantes. Se o fato das provas e demonstrações serem o alicerce da matemática, conforme destacado por alguns autores, é o que impulsiona a presença dessas no ensino básico, faz-se necessário buscarmos uma compreensão para as mesmas do ponto de vista da formulação heurística destacada por Imre Lakatos.

Lakatos discute a construção do conhecimento matemático apresentando o *método das provas e refutações* como possibilidade e engrenagem motora do desenvolvimento matemático. Ele resume o método em três regras que ele chama de normas, a saber:

> Norma 1. Se tivermos uma conjectura, disponhamo-nos a comprová-la e a refutá-la. Inspecionemos a prova cuidadosamente para elaborar um rol de lemas não triviais (análise de prova); Encontremos contra-exemplos tanto para a conjectura (contra-exemplos globais) como para os lemas suspeitos (contra-exemplos locais).
> Norma 2. Se tivermos um contra exemplo global, desfaçamo-nos de nossa conjectura, acrescentemo-nos a nossa análise de prova um lema apropriado que venha a ser refutado pelo contra-exemplo e substituímos a conjectura desprezada por outra melhorada que incorpore o lema como uma condição. Não permitamos que uma refutação seja destituída como um monstro. Esforcemo-nos para tornar explícitos todos os "lemas implícitos".
> Norma 3. Se tivermos um contra-exemplo local, confiramos para verificar se ele não é também contra-exemplo global. Se for, podemos facilmente aplicar a Regra 2 (LAKATOS, 1978 p. 72 e 73).

Na chamada pelo autor de norma 1, buscar comprová-la, refere-se a buscar prová-la, apresentar uma demonstração para a conjectura, enquanto buscar refutá-la, está atrelado a busca de contra exemplos, que desmintam a conjectura em questão.

Em matemática, de maneira geral, um contra exemplo é suficiente para descartar uma conjectura. Contudo se dispomos de uma prova, e nos é apresentado, ou encontrado, um contra exemplo, parece insensato abandonar a teoria toda. Até porque de maneira geral, no desenvolvimento dessa prova, muitos elementos estão envolvidos, como tempo de estudo, recursos financeiros de pesquisa, apego pessoal, entre outros.

Nesse sentido, dividir a prova em lemas e verificar se esse contra exemplo não está desmentindo um desses lemas, ajuda a não abandonar a conjectura toda, mas sim a melhorá-la. Já que se o contra exemplo atingir a um dos lemas formulados, é possível restringir o domínio da conjectura sem a necessidade de abandoná-la.

Quando o contra exemplo for global, ou seja, não for contra exemplo apenas dos lemas formulados, o descartar a conjectura apresentado na norma 2, não refere-se ao abandono total da mesma, mas sim em sua melhoria, com a incorporação de uma lema que absorva tal contra exemplo apresentado. Os monstros chamados nessa mesma norma referem-se a contra exemplos apresentados à conjectura.

Fato importante de destacar é que na “análise de provas, não existe limitações quanto aos instrumentos” (LAKATOS, 1976, p. 142), ou seja, o método das provas e refutações proposto pelo autor admite a utilização de procedimentos incomuns a apresentações feitas em provas matemáticas, logo a argumentação para a conclusão da veracidade da conjectura, admite a utilização de elementos não tão formais. Elementos que podem advir de outras áreas, não necessariamente de uma prévia lista de axiomas e postulados, ou teoremas anteriores como ocorre no método euclidiano dedutivo[1].

A título de exemplo do descrito no parágrafo anterior, no primeiro capítulo do livro supracitado, na busca de tentar provar o teorema de Euler de que em um poliedro vale a relação V – A + F = 1, ele emprega seu método e utiliza-se de elementos como: inflar um poliedro até obter-se uma esfera, recortar com uma tesoura e encaixar, retirar uma face e expandir (planificar) sobre um quadro negro. O autor apresenta esse capítulo em forma de um diálogo entre uma turma de aula e seu professor, as notas de rodapé desse capítulo acabam por guiar o leitor sobre a própria história da demonstração dessa fórmula.

Esses elementos são utilizados de maneira geral na busca da criação de lemas para a prova apresentada e na tentativa de melhorar a conjectura buscando enquadrar-se frente aos contra

[1] Na próxima sessão descreveremos melhor o chamado método euclidiano dedutivo aqui referido.

exemplos, ou seja, no processo de investigação. Essa aceitação da utilização desses procedimentos parece-nos muito propício para aplicação em ambientes educacionais, pensando no desprendimento do rigor que o mesmo admite, já que muitas vezes um dos empecilhos para utilização das provas e demonstrações em sala de aula que tem sido apresentado, versa justamente sobre a necessidade de um alto grau de rigor, que muitas vezes os alunos ainda não adquiriram.

O método das provas e refutações proposto por Lakatos, reconhece o rigor apresentado nas provas matemáticas, no entanto questiona o fato de que, de maneira geral, as demonstrações não surgem diretamente com tamanho grau de rigor que as mesmas são apresentadas. Pelo contrário, durante o desenvolvimento da prova, muitas especulações, testes, e verificações são realizadas, geralmente omitidas na apresentação final. Durante esses procedimentos, muitas coisas são adequadas na conjectura original, bem como lemas são criados, favorecendo o avanço da ciência matemática.

A análise de prova proposto pelo método das provas e refutações não preocupa-se apenas com o resultado final de uma demonstração que seria a veracidade de uma conjectura, conforme destaca Lakatos no primeiro capítulo em uma fala do personagem, representado pelo professor ao responder ao aluno Gama:

> Você está interessado apenas em provas que "provem" o que pretendemos provar. Estou interessado em provas mesmo que elas não realizem a tarefa pretendida. Colombo não chegou à Índia, mas descobriu muita coisa interessante (LAKATOS, 1976, p. 29).

Mesmo que a demonstração de fato não prove a conjectura, o ajuste da conjectura pela criação de lemas contribui para o aperfeiçoamento, criação e descobertas de novos fatos, contribuindo assim para o avanço da ciência. É evidente que a prova de um teorema não pode ser simplesmente aceita como verdadeira, muito pelo contrário. Aceitar a prova como uma verdade absoluta transpassa um caráter de dogma a mesma.

O mesmo vale para o enfoque educativo das provas, se todos aceitassem os conteúdos estudados como verdades absolutas, que sentido teria a busca de aperfeiçoamento desses conteúdos? Da mesma forma que o caráter dogmático quando atribuído a área de referência não contribui com o avanço da mesma, na educação esse caráter priva o aluno da descoberta, da possibilidade de poder refletir sobre a construção dessa ciência, afastando assim a educação escolar da possibilidade de um ensino mais significativo.

3 POTENCIALIDADES DO ESTILO HEURÍSTICO FRENTE AO ESTILO DEDUTIVISTA EUCLIDIANO

A forma com que o conhecimento matemático desenvolvido é apresentado recorre da organização euclidiana dedutiva dada a ciência de referência, "a comunicação do saber matemático, seja nos periódicos especializados e nos livros, seja nos vários ambientes escolares, seguem tradicionalmente esse caminho" (PIETROPAOLO, 2009, p. 243), alguns críticos a esse modelo, como Lakatos, apresentam-no como segue:

> A metodologia euclidiana desenvolveu certo estilo obrigatório de apresentação. Vou designá-lo "estilo dedutivista". Este estilo começa com uma lista laboriosamente feita de *axiomas*, *lemas* e/ou *definições*. Os axiomas e definições frequentemente parecem artificiais e mistificadamente complicados. Nunca se fica sabendo como essas complicações surgiram. A lista de axiomas é seguida de *teoremas* cuidadosamente redigidos. Estes por sua vez estão carregados de pesadas condições; parece impossível que alguém jamais os tivesse suposto. O teorema é seguido da prova (LAKATOS, 1978, p. 185).

O grande problema dessa forma de apresentação diz respeito a omissão que a mesma traz sobre a forma com que se chegou aos resultados. "Não se pode esquecer que embora a análise de prova conclua com um teorema, a prova euclidiana começa com ele. Na metodologia euclidiana não há conjecturas, somente teoremas" (LAKATOS, 1976, p. 143). Os resultados são pura e simplesmente apresentados, inquestionavelmente fechados e acabados, o autor argumenta ainda que:

> A Matemática é apresentada como uma série sempre crescente de verdades imutáveis e eternas...o estilo dedutivista oculta a luta, esconde a aventura. Toda a história evapora, as sucessivas formulações provisórias dos teoremas durante a prova são relegadas ao esquecimento enquanto o resultado final é exaltado como infabilidade sagrada (1978, p. 186).

O modelo euclidiano dedutivo parece muito propício para a apresentação final das teorias matemáticas, pois possibilita, no geral, em pouco espaço, de modo "enxuto" a apresentação da teoria descoberta. No entanto, no ambiente educacional, essa forma de apresentação não parece muito adequada, pois ali não estamos interessados em apenas apresentar os conteúdos matemáticos, nosso maior interesse está na criação do conhecimento, na reflexão, no crescimento intelectual, ocorre que a omissão proposta pelo estilo dedutivista, propicia a desvalorização desses elementos. Aqui vale destacar o apresentado por Freitas & Pais:

> Nas atividades características da educação escolar não se trabalha somente com o argumento científico. No estudo da matemática, por exemplo, mesmo que seja legítimo defender a valorização da argumentação lógico-dedutiva, a exemplo do que é feito na apresentação textual do saber matemático, parece mais adequado considerá-lo como ponto de chegada, e não como ponto de partida (2009, p. 157).

Nesse sentido, a tendência mais adequada para exploração dos conteúdos na fase escolar, em qualquer nível não diz respeito ao estilo dedutivista, mas sim ao estilo heurístico proposto por Lakatos, esse amplia a mera preocupação com a apresentação, lógica e rigorosa, para o enfoque da construção dos elementos presentes ao longo de todo o processo de elaboração. O próprio Lakatos enfatiza isso ao comentar:

> O estilo dedutivista, rompe as definições geradas pela prova dos antepassados, apresenta-as no vazio, de modo artificial e autoritário. Ele oculta os contra-exemplos globais que levaram ao seu descobrimento. Pelo contrário o estilo heurístico acentua esses fatores. Dá ênfase à situação problemática: acentua a "lógica" que deu nascimento ao novo conceito (LAKATOS, 1978, p. 188).

No modelo dedutivista, "o estudante de matemática é obrigado, de acordo com o ritual euclidiano, a assistir a esse ato conjuratório sem fazer perguntas sobre o assunto ou sobre como o ato mágico é praticado" (LAKATOS, 1976, p. 185). O ato mágico referido está no tocante de como essa matemática se constitui. O autor aqui refere-se ao estudante de matemática superior, contudo entendemos que o mesmo seja válido para a matemática praticada em nível secundário. Já que algumas pesquisas na área educacional têm sinalizado a existência dessa forma de ensino presente no nível secundário.

Ao analisar a geometria dedutiva em livros didáticos de escolas públicas do estado de São Paulo para o 3º e 4º ciclo do Ensino Fundamental, Carlovich e Almouloud (2009, p. 142) constatam que "é característica das coleções analisadas seguir um esquema dedutivo para estudar as propriedades geométricas".

Essa constatação é feita pelos autores em cima de três coleções de livros didáticos do ano de 1990. É percebido pelos autores uma tentativa de rompimento com o modelo euclidiano nas coleções no que tange aos exercícios que são mais voltados para aplicações práticas. No entanto os autores concluem que:

> Nas três coleções não é explicado a importância da demonstração como único meio de validação em matemática. O aluno é levado a pensar que demonstrar é um dos meios de chegar-se a uma propriedade geral. A lógica e métodos empregados em uma demonstração não são abordados por nenhuma das três coleções (CARLOVICH & ALMOULOUD, 2009, p. 142).

Encontrar livros didáticos abordando conteúdos matemáticos nesse enfoque requer reflexões por parte dos educadores, isso porque segundo alguns autores, como Freitas & Pais (2009) o livro didático é um dos "recursos mais utilizados no estudo da matemática, funcionando como uma referência para validação dos conhecimentos construídos nesse contexto" (p. 151).

Se o livro didático apresenta a matemática no enfoque dedutivista formal, não preocupado em esclarecer de que forma se chega a veracidade de teoremas, ou seja, não apresenta a lógica da criação, contribui para uma visão de matemática distorcida que vem aparecendo com certa frequência entre os alunos dessa disciplina, conforme destaca Fonseca (1992) no que diz respeito a "muitos encararem a matemática como um produto pronto e acabado: uma análise segue-se uma síntese formalizada e o resultado é apresentado como matemática pronta" (p. 34).

Percebe-se claramente que essa visão destacada pela autora encontrada entre alunos, é muito compatível com o descrito no modelo euclidiano dedutivo apresentado e criticado por Lakatos anteriormente. Modelo este, como já destacamos, preocupado com a apresentação final, e não com os elementos constituintes de sua construção.

O grande enfoque educacional no modelo euclidiano dedutivista, contribui também para a formação de outros conceitos errôneos em relação a essa ciência como os destacados por Garofalo apud Chacón (2003, p. 66):

> Muitos estudantes de educação secundária acreditam 'que todos os problemas de matemática podem ser resolvidos mediante a aplicação direta de regras, fórmulas e procedimentos mostrados pelo professor ou apresentados nos livros didáticos', levando a conclusão de que o pensamento matemático consiste em ser capaz de aplicar regras, fórmulas e procedimentos.

Cremos que a matemática tomada mais do ponto heurístico proposto por Lakatos, em vez do modelo dedutivo euclidiano pode contribuir para esclarecer essas visões um tanto quanto errôneas, tomadas acerca do fazer matemática. Comungamos aqui da posição de Fonseca (1992,

p. 34) de que “se a matemática é para ser aplicada, deve-se ensinar e aprender a aplicar a Matemática. Mas ‘aplicar Matemática’ é mais que substituir os parâmetros dos teoremas e teorias por valores numéricos”. Na busca de uma educação matemática mais significativa, devemos explorar as múltiplas facetas do saber matemático e não apenas enfatizar alguns pontos, muitas vezes, aparentemente mais cômodos para o trabalho.

O modelo de provas e refutação da margem a discussão sobre a formação dos conceitos matemáticos, possibilitando aos alunos terem a oportunidade de refazerem por suas mãos a matemática. Essa metodologia aproxima-se do fazer matemática proposto por Pais (2006, p. 29) onde “o professor proporciona meios pelos quais o aluno é levado a fazer Matemática, no sentido de se envolver efetivamente com o conteúdo e buscar expandir sua autonomia e raciocínio”.

A metodologia do fazer matemática é oposta a mera reprodução. Muitas vezes quando o professor opta pelo trabalho com provas e demonstrações, usando o modelo euclidiano dedutivo, acaba apenas reproduzindo as demonstrações constantes no material didático, sendo as mesmas então apresentadas longe de um real sentido para o aluno.

Com relação à função das provas e demonstrações, as pesquisas têm apontado que as mesmas têm diversas funções no ensino “a mais usada é *validar* um resultado, isso é, provar que é verdadeiro” (NASSER & TINOCO, 2003, p. 3). Contudo a principal função apontada é a de explicação, conforme destaca Villiers *apud* Nasser & Tinoco (2005, p. 3): “Em vez de enfatizar na prova apenas seu papel de verificação a função mais fundamental da prova como meio de explicação deve ser explorada, a fim de apresentar a prova como uma atividade significativa para os alunos”.

O dedutivismo euclidiano consegue abordar o enfoque de verificação da verdade, até porque essa também é sua principal função na área de referência. Mas muitas vezes não possibilita o desenvolvimento da principal função no ensino, que seria a de explicação, já que na maioria das vezes, a apresentação da prova formal não explica o porquê da mesma ser verdadeira. No enfoque heurístico das provas e refutações, proposta por Lakatos essa função é potencializada.

Frente a muitas discussões sobre o ensino e aprendizagem, aos poucos mudanças significativas no contexto educacional tem ocorrido, Freitas & Pais (2009, p. 162) ao finalizarem a análise de livros didáticos mais recentes (ano 2000) apontam que “do ponto de vista teórico, podemos dizer que alguns livros didáticos mais recentes revelam sinais de redução da abordagem euclidiana tradicional".

Os autores supracitados, também comentam que é necessário e desejável uma mudança na apresentação desses materiais, visando a superação do euclidianismo, o que viria a contribuir com a melhoria do ensino e aprendizagem de nossos alunos. Contudo, essa mudança, apesar de necessária, parece ser lenta. O próprio Lakatos (1978, p. 197) destacava que "a mudança do enfoque dedutivista para o enfoque heurístico certamente será difícil".

O fato é que essas mudanças iniciadas são antes de tudo, consequência da crescente iniciativa de pesquisa na área, assim sendo, vale sempre reforçar o quanto importante e necessário se faz o apoio de pesquisas relacionadas com o tema, bem como a criação, e ampliação de grupos de pesquisas nas universidades relacionadas a temática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com essa pesquisa bibliográfica, foi possível evidenciar algumas das potencialidades do método das provas e refutações proposto por Imre Lakatos como alternativa a explicação da lógica do desenvolvimento da ciência matemática, frente ao trabalho com provas e demonstrações no ensino de matemática.

O que percebemos em algumas das literaturas utilizadas é que o método dedutivo euclidiano vem sendo utilizado para apresentar a matemática a nossos alunos, principalmente nos livros e manuais didáticos, contudo esse método introduz uma matemática artificial, pronta e acabada, omitindo as dificuldades enfrentadas frente aos avanços dessa ciência.

O problema da disseminação dessa metodologia em livros didáticos, diz respeito ao papel que o livro didático tem assumido no cenário educacional, devido aos incentivos e distribuições ocorridas nas últimas décadas, principalmente após a implantação do PNLD[2]. Assim esse material tem se configurado como uma das mais influentes ferramentas de estudo da matemática na educação básica e tem contribuído para a formação de conceitos equivocados por parte dos alunos frente aos objetivos do fazer matemática.

[2] PNLD é a sigla utilizada na designação do Programa Nacional do Livro Didático. Programa esse que tem como um dos objetivos principais subsidiar o trabalho pedagógico dos professores com a distribuição de livros didáticos para os alunos da educação básica da rede pública nacional.

Nesse sentido, enquanto mudanças mais radicais não ocorrem junto a tais materiais, buscando a mudança do enfoque dedutivo euclidiano para o enfoque mais heurístico dessa ciência, parece caber ao professor o trabalho de saber manusear a forma com que o conhecimento matemático é apresentado, buscando meios de evidenciar as construções ali omitidas, e os obstáculos epistemológicos encontrados ao longo do estabelecimento dos conceitos apresentados, como uma tentativa de resgate do verdadeiro papel dessa ciência frente a construção do conhecimento.

Contudo para buscar essas alternativas ao trabalho dos conteúdos matemáticos com os alunos, é necessário que os professores reflitam sobre a real necessidade de tais mudanças. Um bom momento para buscar essas reflexões seria a formação inicial, já que ali o aluno de licenciatura em matemática está de fato em contato direto com esse modelo dedutivo euclidiano durante sua formação de conceitos matemáticos ao cursar as disciplinas específicas, e ao mesmo tempo, tem de estar atrelando esses conteúdos a forma como os mesmos podem ser ensinados.

Os professores que não tiveram a oportunidade durante graduação de refletirem sobre essas questões, também necessitam repensá-las visando atuais práticas mais conscientes. A formação continuada em exercício, bem como a iniciação à pesquisa docente, podem e devem contribuir para esses momentos de reflexão, já que se configura como um espaço para as discussões de problemáticas advindas do próprio espaço da sala de aula, ou seja, um ótimo lugar para se buscar discutir alternativas de como levar até o aluno o conhecimento matemático de forma a contribuir mais significativamente com seu aprendizado.

CONTRIBUTIONS OF LOGIC DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL IRME LAKATOS TO WORK WITH PROOFS AND DEMONSTRATIONS IN TEACHING OF MATHEMATICS

ABSTRACT

Imre Lakatos was a philosopher of mathematics and science of international renown, have usually called his name related to research programs, by the same term coined to describe how is the advancement of science. In this paper, however, we seek to address the design of it against his philosophy of mathematics, a little exploring his book: "The logic of mathematical development: proofs and refutations', this book published after his death is based on his doctoral thesis. Here we seek to establish how the heuristic logic of the development of mathematics proposed by

Imre Lakatos about the mathematical proofs can contribute more significantly than the Euclidean model deductive teaching math when working with proofs and demonstrations. We emphasize that the bibliographies used point to the existence of teaching materials using the deductive method Euclidean in primary current.
Keywords: Proofs and demonstrations, teaching math, Imre Lakatos.

REFERÊNCIAS

BATISTA, I. L.; NAGAFUCHI, T. Um estudo histórico-filosófico acerca do papel das demonstrações em cursos de Bacharelado em Matemática. **Revista Bolema,** v. 23, n. 37, p. 1081 – 1110, 2010.

_________. O que é Demonstração? Aspectos Filosóficos. In: **Anais do Encontro Brasileiro de Pesquisas em Educação Matemática –** EBRAPEM, Rio Claro, SP, 2008.

CARLOVICH, M.; ALMOULAUD, S. A. A geometria dedutiva em livros didáticos de escolas públicas do estado de São Paulo para o 3º e 4º ciclos do ensino fundamental In: MARANHÃO, C. (Org). **Educação Matemática nos anos finais do ensino fundamental e ensino médio: pesquisas e perspectivas**. São Paulo: Editora Musa, 2009.

CHACÓN, I. M. G. **Matemática emocional: os afetos na aprendizagem matemática.** Tradução de Deyse Vaz Moraes. Porto Alegre: Editora Artmed, 2003.

FONSECA, M. C. F. R. Heurística e Educação Matemática. **Educação Revista Belo Horizonte**, v. 16, p. 31-38, dez, 1992.

FREITAS, L, M.; PAIS, L. C. Tendências relativas ao estudo da argumentação no ensino de geometria em livros didáticos de matemática. In: MARANHÃO, C. (Org). **Educação Matemática nos anos finais do ensino fundamental e ensino médio: pesquisas e perspectivas.** São Paulo: Editora Musa, 2009.

LAKATOS, I. **A lógica do descobrimento matemático: provas e refutações.** Tradução de Nathanael C. Caixeiro, Rio de janeiro, Zahar Editores, 1978.

MACHADO, S.; SANTOS, L. A demonstração matemática no 8º ano no contexto de utilização do geometer's sketchpas. **Revista de Educação,** v. XVIII, n. 1 p. 49-82, 2011.

NASSER, L & TINOCO L. A. A. **Argumentação e provas no ensino de matemática**. 2. Edição, Rio de Janeiro: UFRJ/Projeto Fundão, 2003.

PAIS, L. C. **Ensinar e aprender matemática**. Belo Horizonte, Editora Autêntica, 2006.

PIETROPAOLO, R. C. Demonstrações e Provas e Educação Matemática – uma análise de pesquisas existentes. In: MARANHÃO, C. (Org). **Educação Matemática nos anos finais do ensino fundamental e ensino médio: pesquisas e perspectivas**. São Paulo: Editora Musa, 2009.

PUCKIN, V. N. **Heurística: a ciência do pensamento criador**. Rio de Janeiro, Zahar editores, 1969.

Recebido em 29 de abril de 2013. Aprovado em 21 de maio de 2013.