REP's - Revista Even. Pedagóg.
Edição Especial Temática: História, Filosofia e Educação Matemática
Sinop, v. 9, n. 2 (24. ed.), p. 822-846, ago./out. 2018
ISSN 2236-3165
http://sinop.unemat.br/projetos/revista/index.php/eventos/index
DOI: 10.30681/2236-3165

REVISITANDO O QUASE EMPIRISMO DE IMRE LAKATOS E REFLETINDO SOBRE A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

REVISITING THE QUASI-EMPIRISM OF IMRE LAKATOS AND REFLECTING ABOUT MATHEMATICAL EDUCATION

Virgínia Cardia Cardoso

RESUMO

Este artigo retoma estudos das teses racionalista e falibilista desenvolvidas na Filosofia Quase Empirista de Imre Lakatos, considerando suas influências e comentaristas. Discutem-se, aqui, as principais ideias subjacentes aos métodos de Provas e Refutações e Programas de Pesquisa Científica. O objetivo é analisar como as teses lakatosianas inspiraram educadores matemáticos brasileiros, autores de cinco estudos publicados entre 1999 e 2017. A obra de Lakatos contribui para a Educação Matemática, pois oferece um ponto de vista falibilista, crítico ao Formalismo.

Palavras-chave: Filosofia da Matemática. Falibilismo. Quase Empirismo. Provas e Refutações. Heurística.

ABSTRACT

This article resumes studies of rationalist and fallibilist theses developed in Imre Lakatos' Quasi-Empirical Philosophy, considering its influences and commentators. Here we discuss the main ideas underlying the methods of Proofs and Refutations and Scientific Research Programs. The objective is to analyze how the lakatosian theses inspired Brazilian mathematical educators, authors of five studies published between 1999 and 2017. Lakatos' work contributes to Mathematics Education, since it offers a fallibilist point of view, critical to Formalism.

Keywords: Philosophy of Mathematics. Fallibilism. Quasi-Empiricism. Proofs and Refutations. Heuristics.

Correspondência:
Virgínia Cardia Cardoso. Doutora em Educação (FE- UNICAMP). Professora da Universidade Federal do ABC (UFABC), Centro de Matemática, Computação e Cognição (CMCC). Membro do grupo de pesquisa História, Filosofia e Educação Matemática (HIFEM) e líder do Grupo de Pesquisa em Tendências em Educação Matemática (GPTEMa). Santo André, São Paulo, Brasil. E-mail: virginia.cardoso@ufabc.edu.br

Recebido em: 28 de maio de 2018.
Aprovado em: 12 de setembro de 2018.
Link: http://sinop.unemat.br/projetos/revista/index.php/eventos/article/view/3202/2359

1 INTRODUÇÃO

Imre Lakatos (1922-1974) foi um Filósofo da Ciência e da Matemática acolhido na Educação Matemática por, entre outros motivos, propor uma filosofia bastante crítica ao Formalismo e ao ponto de vista euclidiano no desenvolvimento da Matemática. Sua filosofia da Matemática, chamada de Quase Empirismo, inspirou filósofos e educadores a elaborarem propostas relativas ao ensino da Matemática.

Neste artigo retomamos um estudo realizado anteriormente sobre a filosofia de Lakatos, analisando suas principais ideias e como estas inspiraram educadores matemáticos brasileiros, desde a década de 1980. Nesse estudo, concluído em 1997, foram analisadas algumas produções acadêmicas da Educação Matemática que se baseavam nas ideias lakatosianas. Nosso objetivo, agora, é dar continuidade ao trabalho já realizado, analisando novas produções acadêmicas, publicadas a partir de 1999, com a intenção de compreender como os educadores brasileiros, interessados no ensino da matemática e que se apropriaram das ideias lakatosianas as relacionam ao ensino da Matemática.

No Brasil, sua obra mais conhecida é **A Lógica do Descobrimento Matemático: Provas e Refutações** (LAKATOS, 1978), onde encontramos algumas ideias que inspiraram educadores matemáticos, como por exemplo: a falibilidade da matemática, o método de Provas e Refutações e a reconstrução racional da história da matemática. Em outras obras de sua autoria temos um retrato mais completo da sua abordagem filosófica, com as propostas do Quase Empirismo e da Metodologia dos Programas de Pesquisa Científica.

Segundo Ponte et al (1997), as relações entre a Filosofia e a Matemática são estreitas desde a Antiguidade Clássica. Até o século XVIII as discussões filosóficas se davam em torno da questão da origem do conhecimento, pois acreditava-se que a origem – seja a razão ou a experiência – é quem garantia a verdade das afirmações matemáticas. No século XX, com o desenvolvimento de novas teorias e conceitos, os matemáticos percebem que as questões relativas à fundamentação sólida e coerente das teorias eram mais relevantes para compreender o estágio da ciência na época, que as questões sobre a origem do conhecimento. Assim, temos as filosofias chamados por Ernest (1991) de fundacionistas: o Formalismo, o Logicismo e o Intuicionismo. Destas três abordagens filosóficas, o Formalismo foi a mais bem-sucedida entre os matemáticos para explicar a natureza e o desenvolvimento da Matemática.

Lakatos faz a crítica ao Formalismo e propõe uma abordagem filosófica alternativa, mostrando que a Matemática Informal é falível e que se desenvolve por meio de um processo racional e lógico. O que Lakatos propôs equiparou a Matemática Informal às Ciências Naturais quanto ao status epistemológico.

Alguns estudiosos de Lakatos distinguem duas fases em sua obra. Na primeira, sua atenção era voltada exclusivamente para a Matemática, quando o autor escreveu os textos que subsidiaram a publicação de **Provas e Refutações**. Na segunda, Lakatos amplia seu interesse para as Ciências Empíricas e elabora a noção de Programas de Pesquisa Científica, mas não esquece a Matemática, apresentando a proposta do Quase Empirismo. Em ambos os casos, Lakatos se refere à Matemática Informal, isto é, aquela relativa aos resultados de pesquisas mais recentes – a Matemática em desenvolvimento.

Não é vantajoso separarmos as duas fases de Lakatos e abordarmos apenas uma delas, pois ambas estão intimamente ligadas. Além disso, ambas inspiraram, em diferentes medidas, pesquisas em Educação Matemática. Assim, consideraremos a obra de Lakatos como um todo, ressaltando as questões referentes à Matemática.

Podemos destacar duas ideias principais, subjacentes à sua obra toda, que chamamos de teses lakatosianas: o falibilismo e o racionalismo. No caso da Matemática, a tese falibilista afirma que a Matemática Informal é falível, pois está sempre aberta a reformulações. A tese racionalista afirma que a Matemática Informal se desenvolve por um método racional – o método de Provas e Refutações. Tais teses são ideias bastante complexas e um tratamento apressado, com frequência, nos levaria a interpretações superficiais e conclusões equivocadas. Portanto, vamos discuti-las com mais profundidade nesse texto.

Nesse artigo revisitamos o Quase Empirismo lakatosiano ao nos aprofundar sobre a vida de Lakatos, suas influências principais, suas obras mais conhecidas no Brasil e as principais ideias de sua filosofia para a Matemática. Em seguida analisaremos cinco produções acadêmicas referentes ao ensino de Matemática e fundamentadas nas ideias lakatosianas. Tais produções apresentam ou uma reflexão acerca do ensino ou defendem uma abordagem metodológica para o ensino da matemática. Estes trabalhos foram produzidos entre 1999 e 2017 e foram publicados em periódicos científicos, anais de congressos e sites acadêmicos e foram encontrados em buscas na internet, na rede Google Acadêmico, através das palavras-chave: ‘Lakatos’, ‘Provas e Refutações’, ‘Programas de Pesquisa Científica’ e ‘Falibilismo’.

Encontramos, em nossas buscas, sete outros trabalhos que trazem discussões teóricas relativas à Filosofia da Matemática, que não se referem ao ensino. Achamos, também, três trabalhos relacionados ao ensino de Física. Estes dez trabalhos não foram analisados aqui por optarmos, no momento, a compreender as relações estabelecidas entre as ideias lakatosianas e o ensino da Matemática.

2 UMA BREVE APRESENTAÇÃO PARA LAKATOS

Lakatos é um autor associado, frequentemente, à Polya e Popper. Estes, de fato, foram as maiores influências ao longo de sua obra. A aproximação das ideias lakatosianas às de Polya, faz de Lakatos um autor de interesse para a Educação Matemática, enquanto que a aproximação à Popper, marca sua posição no terreno da epistemologia das ciências empíricas. Poderíamos dizer, apressadamente, que as ideias de Polya inspiraram a heurística lakatosiana, enquanto que as de Popper inspiraram o falibilismo. Mas estas relações são mais complexas e exigem um aprofundamento na vida e na obra de Lakatos.

Imre Lakatos nasceu em 9 de novembro de 1922, como Imre Lipschitz, em uma família judia da cidade de Debrecen, Hungria. Graduou-se em Matemática, Filosofia e Física, em 1944, na Universidade de Debrecen. Em sua vida universitária foi um atuante defensor da causa comunista, liderando grupos de estudos para jovens. Para fugir de perseguições nazistas durante a Segunda Grande Guerra, mudou seu sobrenome para Molnar e, mais tarde, para Lakatos (que significa serralheiro, em húngaro). Com o término da guerra, Lakatos ocupou um posto importante no Ministério da Educação húngaro, mas suas ambições desagradaram ao partido comunista, o que o levou à prisão entre 1950 e 1953. Após este período, passou a trabalhar como tradutor de textos matemáticos para o húngaro, quando teve oportunidade de traduzir a obra **How to solve it**[1] de George Polya e conheceu a obra de Karl Popper.

Na revolta húngara contra o regime soviético, ocorrida em 1956, Lakatos fugiu com a família para a Inglaterra, abandonando seus ideais comunistas. Doutorou-se em Cambridge, em 1959, sob a orientação do filósofo da ciência Richard Bevan Braithwaite, com uma tese sobre a conjectura de Descartes–Euler, intitulada **Ensaios na lógica da descoberta matemática**. Em 1960, foi nomeado professor assistente na *London School of Economics*, trabalhando com Popper. Chegou ao posto de professor de lógica em 1969, destacando-se como um proeminente filósofo da ciência e defendendo a autonomia e a liberdade na pesquisa acadêmica.

Ao longo de sua carreira acadêmica escreveu ensaios e palestras sobre a Filosofia da Ciência e da Matemática. Organizou e publicou, com Alan Musgrave, as **Atas do Seminário Internacional sobre Filosofia da Ciência**, ocorrido em 1965, em quatro volumes: ***Problems in the Philosophy of Mathematics*** (v.1, 1967); ***Problems of Inductive Logic*** (v.2, 1968); ***Problems in the Philosophy of Science*** (v.3, 1968); ***Criticism and the Growth of Knowledge*** (v.4, 1969). Este último foi publicado no Brasil com o título **A Crítica e o Desenvolvimento do Conhecimento**

[1] Traduzida e publicada no Brasil como **A Arte de Resolver Problemas** (1986).

(LAKATOS; MUSGRAVE, 1979) e traz um artigo de Lakatos – **O Falseamento e a Metodologia dos Programas de Pesquisa Científica** – muito citado entre filósofos da Ciência e da Matemática. A maior parte de sua obra, porém, foi publicada postumamente, pois Lakatos faleceu repentinamente, aos 51 anos, em 2 de fevereiro de 1974. Suas obras foram revistas e organizadas especialmente por John Worrall, Gregory Currie e Elie Zahar.

Worrall e Zahar organizaram e publicaram em 1976 a obra **A Lógica do Descobrimento Matemático: Provas e Refutações** pela Cambridge University Press, Londres, que foi publicada no Brasil em 1978 (LAKATOS, 1978). Esta obra traz a tese doutoral de Lakatos com algumas interferências dos editores: acréscimos, observações, correções. Worrall e Currie organizaram e publicaram em 1978, também pela Cambridge University Press, Londres, os ensaios de Lakatos em dois volumes: **A Metodologia dos Programas de Pesquisa Científica** (LAKATOS, 1993), com discussões relacionadas à Ciência Empírica e **Matemática, Ciência e Epistemologia** (LAKATOS, 1987), com artigos sobre a Filosofia da Matemática que complementam as ideias de **Provas e Refutações**.

Com relação às suas influências reconhecidas temos, na fase em que escreveu **Provas e Refutações**, predominantemente, as influências de Hegel e de Polya. A partir de Polya, Lakatos desenvolveu seu enfoque heurístico e a partir de Hegel, sua dialética (Tese / Antítese / Síntese). Em seu método de Provas e Refutações (LAKATOS, 1978), Lakatos quer explicar como a Matemática se desenvolve através de uma conjectura e uma prova inicialmente propostas (tese). Na análise crítica da prova e da conjectura surgem as refutações (antítese): contraexemplos e lemas ocultos. Tais refutações levam ao aperfeiçoamento da conjectura e da prova com o refinamento dos conceitos (síntese).

Na obra **A Arte de Resolver Problemas**, George Polya (1986) prescrevia passos objetivos que um aluno deveria seguir para aprender Matemática resolvendo problemas. É uma obra com finalidade didática e que teve muita penetração na Educação Matemática a partir da década de 1970. Polya (1986) afirmava que seu método era heurístico, pois era relativo ao contexto da descoberta matemática. Similarmente, o método de Provas e Refutações de Lakatos (1978) é heurístico, pois se refere à descoberta matemática. Porém, Lakatos não tem qualquer intenção didática. Trata-se de um método heurístico no sentido de apresentar os passos para o desenvolvimento do conhecimento matemático, com a descoberta de novos resultados em um contexto de pesquisa matemática. De qualquer modo, a proximidade do método lakatosiano de descoberta matemática com o método de Polya fez de Lakatos um autor estudado por educadores matemáticos, especialmente a partir da década de 1980, com a valorização do método de resolução de problemas para o ensino da matemática.

Já na fase dos 'Programas de Pesquisa Científica', percebe-se predominantemente a influência de Popper, que já era um autor consagrado na Filosofia das Ciências quando Lakatos conheceu sua obra. Popper mostrou que as Ciências Naturais não se desenvolvem por meio do raciocínio indutivo. A situação das Ciências Naturais era embaraçosa para a Filosofia tradicional, pois acreditava-se que os resultados científicos eram encontrados por meio da indução. A indução é um raciocínio lógico que vai do particular para o geral. Sempre foi um embaraço para os epistemólogos, desde a época de Descartes, pois não é possível garantir que a verdade dos enunciados seja retransmitida para o restante da teoria por meio da indução. A indução nos leva a formular uma ideia a partir de uma quantidade finita de observações particulares e nos leva a tirar conclusões bastante errôneas a partir de premissas. Por exemplo, podemos afirmar: "não morremos hoje", "não morremos ontem", "não morremos anteontem", etc. até nosso primeiro dia de vida. Concluímos, pela indução, que somos imortais. Aparentemente, a indução seria o raciocínio usado pelo cientista que, após algumas observações e experiências, formula uma lei científica. Até mesmo na Matemática, a indução parecia ser um método de descoberta. Euler, segundo o próprio Lakatos (1978), descobria seus resultados após verificar que eram válidos para um número finito de exemplos.

Popper mostrou que, no caso das Ciências Naturais, o processo de descobrimento partia sempre de uma teoria já estabelecida. As observações só ocorriam quando a teoria em questão não explicava bem o que ocorria na realidade. Daí o cientista formula conjecturas que são postas à prova pelas experiências. Os experimentos são planejados com o objetivo de testar tais conjecturas. Neste caso, o procedimento lógico que explica o processo é o raciocínio hipotético dedutivo.

O modelo de desenvolvimento científico proposto por Popper é chamado de Conjecturas e Refutações. Para Popper uma teoria é científica se ela pode ser, potencialmente, falseada pela experiência. Isto é, uma teoria científica tem falseadores potenciais e, neste sentido, a ciência é falível. A função da experiência científica, neste modelo, é refutar as hipóteses estabelecidas. Caso não haja a refutação, não podemos dizer que a hipótese está definitivamente comprovada, mas sim que ela é a melhor hipótese da qual se dispõe até o momento. Popper só não admitiu o raciocínio hipotético dedutivo para a Matemática, para quem era uma ciência dedutiva.

Lakatos, inspirado por Popper, propôs aperfeiçoar o método popperiano de Conjecturas e Refutações, considerando a Matemática com o mesmo processo hipotético dedutivo. Para isso, elaborou propostas como o Quase Empirismo e a Metodologia de Programas de Pesquisa Científica, mas temos um paralelo ao método popperiano já em Provas e Refutações.

O falibilismo lakatosiano é da mesma natureza que o de Popper. Falibilidade da ciência, para ambos os autores, não está relacionada ao fato dos cientistas serem falíveis e, portanto, a ciência estar sujeita à revisão. Não é este o caso. É certo que os cientistas cometem erros, mas o falibilismo para Lakatos e Popper nada tem a ver com erros humanos. Para esses dois autores o falibilismo decorre do fato de que em cada teoria existirem falseadores potenciais: lemas ocultos, contraexemplos, anomalias, etc. Isto é, cada teoria carrega em si a potencialidade de ser falseada por algum resultado obtido nela própria. Tal fato, aliás, é condição *sine qua non* para ser considerada uma teoria científica.

Lakatos, Popper e outros filósofos das ciências contemporâneos preocupavam-se em criar critérios de demarcação para a ciência e explicar como o conhecimento científico se desenvolve. Lakatos e Popper ofereciam explicações com base na lógica dedutiva e apenas em termos objetivos e lógicos, isto é, em termos racionais. Para ambos, a racionalidade significa que apenas os critérios objetivos (que não dependem do sujeito) e lógicos (seguem um sistema lógico dedutivo), internos à teoria, são aceitos nas explicações científicas, aliando a razão à experiência empírica. Lakatos, em particular, não nega que existam fatores psicológicos e sociológicos na História da Ciência, mas afirma que tais fatores não são importantes na explicação do desenvolvimento do conhecimento.

3 UM OLHAR PARA A OBRA DE LAKATOS

As obras que mais inspiraram educadores matemáticos brasileiros foram as publicadas no Brasil: o livro **A Lógica do Descobrimento Matemático: Provas e Refutações** (LAKATOS, 1978) e o ensaio **O Falseamento e a Metodologia dos Programas de Pesquisa Científica,** publicado no livro **A Crítica e o Desenvolvimento do Conhecimento** (LAKATOS; MUSGRAVE, 1979). Na primeira, Lakatos apresenta suas ideias para o desenvolvimento matemático e, na segunda, seu interesse se amplia para as Ciências Empíricas, que no contexto de sua obra pode se referir às ciências naturais e a algumas das ciências humanas, como a Economia, por exemplo. Ambas as obras afirmam as teses racionalista e falibilista. Assim, discutiremos mais detalhadamente as ideias relativas às duas obras.

A obra **A Lógica do Descobrimento Matemático: Provas e Refutações** traz a tese de doutoramento de Lakatos, de 1961. Essa tese foi publicada, pela primeira vez, em quatro partes separadas no *British Journal of the Philosophy of Science*, v. 14, nos anos 1963 e 1964. Depois foi reorganizada e publicada como livro em 1976, por Worrall e Zahar, com acréscimos e correções. A publicação de 1976 contém dois capítulos e dois anexos. No Brasil o livro foi traduzido e publicado em 1978. Só tivemos acesso a esta última publicação e não sabemos dizer quais e quantas são as modificações realizadas na obra original pelos editores.

Nessa obra, Lakatos defende seu método de Provas e Refutações como heurístico, isto é, faz o conteúdo da Matemática Informal crescer. O autor não trata da Matemática já formalizada, mas sim à Matemática Informal: aquela que, apesar de sistematizada e axiomatizada, conserva o significado de seu conteúdo. Segundo DA COSTA (1992), todo e qualquer conhecimento científico é sistematizado conceitualmente. A teoria científica só é axiomatizada se possui um conjunto de noções e proposições primitivas, sendo que só se aceitam outras proposições mediante demonstrações. As noções primitivas não têm significado intuitivo e se caracterizam apenas pelas proposições intuitivas. Já a formalização vem apenas quando a teoria já está com sua axiomática pronta. Formalizam-se as axiomáticas da teoria (CARDOSO, 1997, p. 30):

> [...] isto significando que em cada uma delas os conceitos primitivos, os postulados e os conectivos, relações e princípios lógicos são substituídos por símbolos e arranjos simbólicos sujeitos a regras bem definidas, análogas às de um jogo, por exemplo, o xadrez. Uma axiomática formalizada converte-se, em resumo, numa espécie de jogo grafo-

> mecânico, efetuado com símbolos destituídos de significação e regulado por meio de regras determinadas. (DA COSTA, 1992, p. 53-54, apud CARDOSO, 1997, p. 30).

O que Lakatos chama de Matemática Informal é aquela em desenvolvimento pela pesquisa, já sistematizada e axiomatizada, mas que ainda conserva os significados de seu conteúdo. Lakatos (1978) defende a validade de seu método heurístico por meio de alguns estudos de caso, nos quais apresenta as reconstruções racionais da História da Matemática: histórias das ideias matemáticas, escritas do ponto de vista internalista, nas quais apenas os fatores internos lógicos (conceitos, problemas, provas) à teoria são considerados.

Nos dois capítulos Lakatos apresenta uma descrição de três aulas nas quais um professor dialoga com seus alunos Alfa, Beta, Gama, etc., sobre a Conjectura de Descartes – Euler, que relaciona o número de vértices, o de arestas e o de faces de um poliedro convexo[2]: se V = nº de vértices, A = nº de arestas e F = nº de faces, então $V – A + F = 2$. Lakatos chama de conjectura uma afirmação que necessita de prova e de teorema uma conjectura já provada, sendo que sua prova já foi analisada criticamente pela comunidade científica. Os diálogos apresentam uma reconstrução racional da história da conjectura.

Nesse estudo de caso do método de Provas e Refutações, o professor apresenta a conjectura e uma prova inicial[3]. Os alunos, que representam pontos de vista filosóficos diferentes na Filosofia da Matemática, analisam criticamente a prova dada, descobrindo contraexemplos e apontando tentativas de reformulação. No diálogo empreendido entre os participantes da aula são testadas sucessivas modificações a fim de tornar o conceito de poliedro mais elaborado e a prova mais rigorosa. Nesse processo se dá a criação de novos conceitos e conjecturas que, por sua vez, são colocados em análise.

A análise da prova é a etapa crucial que tem por finalidade a descoberta dos lemas ocultos, isto é, aquelas afirmações que são consideradas banais em uma demonstração e, muitas vezes, não atribuímos a elas a devida importância. Entretanto, são os lemas que potencialmente escondem os contraexemplos à nossa conjectura. Tais lemas já estão na prova e só são descobertos pelo olhar atento de

[2] Esta relação também é válida para alguns poliedros côncavos, mas não para todos.
[3] A prova inicial apresentada no livro é atribuída a Cauchy. Esta prova não será discutida aqui, por fugir do escopo do artigo.

um analista crítico. É nesse sentido que Lakatos fala de 'descoberta matemática'. Para Lakatos o desenvolvimento da matemática (seu aumento de conteúdo) se dá pela descoberta dos lemas ocultos.

No primeiro apêndice, Lakatos apresenta outro estudo de caso do seu método, trazendo a reconstrução racional da história do conceito de Convergência Uniforme do Cálculo Diferencial e Integral. No segundo apêndice, Lakatos apresenta uma crítica ao 'estilo euclidiano' da Matemática – até o século XIX, acreditava-se que a Matemática cresce apenas por deduções, dos axiomas aos teoremas mais complexos – e defende seu método heurístico como mais vantajoso.

O método heurístico de Lakatos pode ser descrito nas seguintes etapas:

1. Apresenta-se uma conjectura ingênua;
2. Apresenta-se uma prova ingênua;
3. Surgem contraexemplos (refutações);
4. Faz-se uma análise crítica da prova a fim de corrigir os defeitos e reformular a conjectura inicial;
5. São examinadas outras provas e outros teoremas para verificar se há alguma ligação desses com a prova em questão;
6. Conferem-se as consequências da conjectura original;
7. Abrem-se novos campos de investigação pela ligação do problema original com outros problemas. (CARDOSO, 1997, p. 13).

O Falibilismo se mostra na tese de que a Matemática Informal é falível, isto é, tem falseadores potenciais (os lemas ocultos). O processo de análise da prova nunca termina e, portanto, o conhecimento matemático está sempre sujeito à revisão e reformulações. Consequentemente, um teorema não é uma verdade final e de certeza absoluta, mas sim é a melhor conjectura da qual dispomos até o momento. O Racionalismo se mostra no método heurístico que só admite fatores lógicos e racionais. O método aqui é uma prescrição de passos que o matemático deve seguir em seu trabalho de pesquisa, assim como Polya apresentou um método heurístico para ensinar matemática através do método de Resolução de Problemas.

No seu ensaio **O Falseamento e a Metodologia dos Programas de Pesquisa Científica**, Lakatos abordou o processo de desenvolvimento do conhecimento científico defendendo uma metodologia racional, isto é, uma metodologia que considera somente os fatores da lógica interna da ciência em questão. Usou exemplos da Física, embora suas afirmações se estendam a todas as Ciências Empíricas. Fundamentou suas afirmações em reconstruções racionais da

História da Ciência. Apresentou os critérios de demarcação para as ciências, mostrando as falhas das tentativas anteriores. Lakatos criticou, inclusive, a teoria de Popper, considerando-a ingênua.

A ideia de Programa de Pesquisa Científica apareceu pela primeira vez no artigo ***Changes in the Problem of Inductive Logic***, escrito por Lakatos em 1968 e publicado na coletânea organizada por Worrall e Currie (LAKATOS, 1993). Essa ideia explicita nítida influência de Popper. Lakatos quis aperfeiçoar a ideia popperiana de como o conhecimento científico se desenvolve.

Um programa de pesquisa é uma sucessão de teorias científicas que compartilham seu Núcleo Firme: um conjunto de hipóteses irrefutáveis, escolhidas convencionalmente pela comunidade científica como ideias centrais e básicas da teoria. Tais hipóteses não são abandonadas, nem refutadas pela experimentação. Em cada teoria há outro conjunto chamado por Lakatos de Cinturão Protetor, constituído de hipóteses auxiliares: são as que podem ser mudadas, adaptadas ou corrigidas em uma teoria, a fim de evitar as refutações, sem que se mude o Núcleo Firme. As refutações a uma teoria T são os fatos novos que não são previstos ou são contraditórios à teoria vigente. Quando há possibilidade de fazer tais ajustes, temos uma nova teoria T', que explica o que já era explicado originalmente, além do novo fato não explicado anteriormente. Desse modo, temos uma sequência histórica de teorias T, T', T", etc. que constituem um Programa de Pesquisa.

Nem sempre é possível fazer as correções necessárias em uma teoria apenas mudando as hipóteses auxiliares do Cinturão Protetor. Nesse caso as refutações são chamadas de Anomalias. Quando isso ocorre, é necessário formular novas hipóteses para o Núcleo Firme, o que dá origem a um novo Programa de Pesquisa. Daí então teremos Programas de Pesquisa rivais que competem entre si no seu poder de explicação de fatos conhecidos e de predição de novos fatos. O programa vitorioso só será conhecido em uma retrospectiva histórica – uma reconstrução racional da história.

Para Lakatos o desenvolvimento científico se dá na competição de programas rivais ou na evolução das teorias de um mesmo programa. Os fatores que influem neste progresso sempre são internos à teoria: problemas internos, fatores lógicos e a heurística própria da teoria. Tais fatores são considerados como objetivos e racionais[4]. Essa ideia se contrapõe à ideia de progresso científico de Khun, para quem os fatores psicológicos e sociológicos (considerados por Lakatos e Popper como irracionais) interferem no desenvolvimento científico.

As teses principais da Metodologia de Programas de Pesquisa Científica são:

> - O sucesso científico não é devido a hipóteses isoladas, mas a programas bem-sucedidos.
> - Uma teoria não se desenvolve por ensaio e erro, nem por conjecturas e refutações.
> - Uma teoria é composta por um núcleo firme de leis que são aceitas convencionalmente e não são refutadas ou contrastadas pela experiência.
> - Um programa tem uma heurística que, com a ajuda da matemática, converte as anomalias em confirmações. (CARDOSO, 1997, p. 19-20).

Essa metodologia é usada por Lakatos como critério de demarcação científica e não apresenta um caminho para dizer como a ciência deve crescer, mas sim normas para avaliar os Programas de Pesquisa Científica. Diferentemente de Provas e Refutações, aqui não temos explicações da prática científica para o progresso, mas sim, regras de avaliação para programas.

Nos Programas de Pesquisa o Falibilismo se mostra no fato das teorias e programas terem falseadores potenciais. A Tese Racionalista está presente pelo fato de a metodologia considerar apenas normas lógicas e objetivas e os fatores internos da teoria para explicar o desenvolvimento científico.

4 A MATEMÁTICA COMO CIÊNCIA QUASE EMPÍRICA

Uma ciência, para Lakatos, pode ser considerada como euclidiana, empírica ou quase empírica[5]. É euclidiana quando é um sistema dedutivo e a verdade – considerada infalível – flui das premissas aos outros enunciados. Como exemplo, na geometria a verdade infalível vem dos axiomas e é transmitida aos teoremas. A

[4] A Racionalidade, para Lakatos, considera a lógica dedutiva e também as evidências experimentais, sendo, portanto mais ampla que a de Descartes, que não considerava a validade da experiência e dos sentidos.

[5] Observamos que a grafia, neste texto, foi atualizada. A bibliografia que tomamos por referência, bem como os textos de Lakatos traduzidos para o português, trazem a grafia "*Quasi-empírica*". "*Quas*i" é um prefixo latino, também adotado no inglês, mas em português usamos o "quase" e na ortografia mais recente, sem o hífem.

transmissão da verdade se dá pela inferência lógica denominada *modus ponens*[6], que pode ser enunciada pela fórmula:

$$(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q.$$

Neste caso, a ciência é desenvolvida por meio da lógica dedutiva, mas que Lakatos, pejorativamente, chama de dedutivismo. Lakatos tece, em várias de suas obras, uma forte crítica ao dedutivismo, como sendo um processo infértil para o desenvolvimento da ciência: o conteúdo matemático não aumenta através da lógica dedutivista.

Por outro lado, a ciência é considerada empírica quando é um sistema dedutivo, com valores de verdade infalível, e a falsidade dos resultados reflui ao restante do sistema pela inferência lógica do *modus tollens*[7]:

$$((p \rightarrow q) \wedge {\sim}q) \rightarrow {\sim}p$$

Aqui, a ciência cresce também de acordo com a lógica dedutiva, mas pelo processo hipotético dedutivo.

Assim como a ciência empírica, a ciência quase empírica é um sistema dedutivo no qual a falsidade dos resultados reflui para o restante do sistema pela regra do *modus tollens*, mas, neste caso, a verdade é falível. Formulam-se hipóteses que podem ser ou não falseadas pela experiência. Quando não são falseadas, então não podemos dizer que temos a teoria "verdadeira", mas sim que temos a melhor teoria por enquanto. É esse o processo das Conjecturas e Refutações de Popper e também o de Provas e Refutações de Lakatos.

> As verdades não são infalíveis, e seu fluxo não prova as conjecturas. Ao contrário, as verdades são falíveis e o que se busca é a corroboração do resto do sistema. Os enunciados básicos são explicados pelas conjecturas. O desenvolvimento de uma teoria quasi-empírica se dá a partir de problemas. As soluções (provisórias) para os problemas passam por testes (refutações) e reformulações. O veículo para o crescimento é a crítica, concorrência entre teorias, troca de problemas. Não há acumulação de verdades eternas. Para Lakatos, a Ciência Natural e a Matemática são quasi-empíricas. A diferença entre ambas está na natureza dos seus falseadores potenciais. (CARDOSO, 1997, p. 83).

---

[6] *Modus Ponens* (do latim, Modo de afirmar afirmando) é a inferência lógica que nos diz que se P é uma afirmação verdadeira e, simultaneamente, 'P implica q' é uma afirmação verdadeira, consequentemente q será uma afirmação verdadeira.

[7] *Modus Tollens* (do latim, Modo de negar negando) é a inferência que nos diz que se a afirmação 'P implica q' é verdadeira e, simultaneamente, q é uma afirmação falsa, consequentemente P será uma afirmação falsa.

Assim, podemos dizer que a Matemática informal é uma ciência quase empírica. Alguns autores, como Ernest (1991), chamam de Quase Empirismo a Filosofia da Matemática de Lakatos. Com essa noção, Lakatos coloca no mesmo status epistemológico as Ciências Naturais e a Matemática, superando uma dificuldade de Popper, ao tratar do seu critério de demarcação para as Ciências Naturais.

O Quase Empirismo também está apoiado nas teses do falibilismo e do racionalismo. Na tese falibilista, Lakatos afirma que a Matemática é falível, no sentido de ter falseadores potenciais. Na tese racionalista, a Matemática cresce pelo método (racional e lógico) de Provas e Refutações. Observamos que essa abordagem Quase Empirista não é explícita no livro **Provas e Refutações**. Só aparece claramente nos textos ***Infinite Regress and Foundations of Mathematics*** (1962) e ***A Renaissance of Empiricism in the Recent Philosophy of Mathematics*** (1967), ambos republicados na coletânea de Worral e Currie (LAKATOS, 1987).

5 AS TESES LAKATOSIANAS E A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Em um estudo anterior (CARDOSO, 1997) realizamos a análise de oito produções acadêmicas que se baseiam em Lakatos para desenvolver uma discussão relativa à Educação Matemática a partir de uma concepção falibilista da Matemática. Os estudos discutem as contribuições que a obra de Lakatos trouxe à Educação Matemática no geral, ou em áreas de pesquisas mais específicas da História e Filosofia da Matemática, Etnomatemática e Resolução de Problemas.

No presente estudo elaboramos a análise de novas produções acadêmicas de educadores brasileiros, publicadas entre 1999 e 2017, que também se basearam em Lakatos para fundamentar seus pontos de vista. Encontramos as produções através de buscas na internet, na rede Google Acadêmico, por meio das palavras-chave: Lakatos, Falibilismo, Provas e Refutações e Programas de Pesquisa Científica. Foram encontrados, ao todo, quinze produções, sendo que sete trazem discussões relativas à Filosofia da Matemática sem relacioná-las ao ensino, três são relacionados ao ensino de Física e outros cinco discutem as ideias lakatosianas e suas implicações no ensino da Matemática.

Analisaremos, neste artigo, apenas estas últimas cinco produções pois, neste momento, nosso objetivo é refletir sobre como os educadores matemáticos brasileiros que se apropriaram das ideias lakatosianas as relacionam com o ensino. As produções analisadas estão relacionadas no Quadro 1 e tem propostas diferentes: alguns defendem que é possível aplicar a metodologia de Provas e Refutações (ou algo próximo a essa) em sala de aula e outros defendem que as ideias de Lakatos podem fundamentar métodos de ensino. De qualquer modo, entendemos que os autores de tais trabalhos foram inspirados pelas ideias lakatosianas. Nossa análise procurará pelos indícios destas inspirações.

Quadro 1: Produções analisadas

Ano de publicação	Título	Autor(es)	Tipo de produção
1999	Gestão de interações e produção de conhecimento matemático em um ambiente de inspiração lakatosiana	Antonio José Lopes	Artigo publicado em periódico científico
2010	Filosofia da Matemática do Quase-Empirismo e História da Matemática: traçando algumas considerações sobre o ensino de graduação em matemática.	Gustavo Barbosa; Renata Cristina Geromel Meneghetti.	Trabalho publicado em anais de congresso nacional.
2015	O falibilismo de Lakatos e o trabalho com investigações matemáticas em sala de aula: possíveis aproximações	Guilherme Henrique Gomes da Silva & Amanda Queiroz Moura	Artigo publicado em periódico científico
2016	A Inserção da Filosofia de Imre Lakatos no Ensino de Matemática.	João Matheus Silva	Trabalho de Conclusão de Curso
2017	Epistemologia, história e ensino da matemática: reflexões sobre formação e aprendizagem significativa.	Marcos Alexandre Alves & Karla Jacqueline Souza Tatsch	Artigo publicado em periódico científico

Fonte: Produção da autora.

Nossa primeira análise é de um artigo a respeito de uma proposta de ensino. Lopes (1999) nos apresenta uma experiência didática realizada em uma turma do ensino fundamental de uma escola particular da cidade de São Paulo. O autor conduz sua experiência no que chama de ambiente de verdades provisórias – sua inspiração lakatosiana. A proposta de trabalho pedagógico é a de “formulação de problemas e proposição de conjecturas que são objeto de investigação tanto como lição de casa como no posterior debate em classe” (LOPES, 1999, p. 20).

Os alunos do sétimo ano (na época 6ª série) estudaram ângulos em diferentes contextos. O problema da experiência descrita era o de calcular os ângulos entre os ponteiros de um relógio analógico em determinados horários. Os alunos pensaram no problema e expuseram suas abordagens em aula. Cada solução exposta foi analisada criticamente pelos alunos presentes, que apontaram contraexemplos, alternativas no raciocínio, dúvidas e outros questionamentos. Cada hipótese de solução formulada constituiu-se em uma verdade provisória que foi testada com a argumentação dos alunos. O professor registrou na lousa as conjecturas formuladas, incentivou as manifestações dos alunos e regulou “as ações a fim de garantir que a maior parte possível dos alunos possa argumentar e ouvir os argumentos dos demais” (LOPES, 1999, p. 25). Ao final da aula os alunos chegaram à solução do problema desenvolvendo um método que poderia servir para outros problemas do mesmo tipo.

O autor apresenta algumas características da situação exposta chamada por ele de Ambiente de Inspiração Lakatosiana:

> • Facilitar o processo de conjecturação;
> • Promover um desenvolvimento sempre aberto;
> • Estimular provas e refutações;
> • Desenvolver uma postura flexível frente à certeza e, principalmente, às incertezas;
> • Buscar um desenvolvimento lógico-dedutivo para todos;
> • Construir conhecimento desconhecido à priori;
> • Explorar situações que os alunos tenham condições cognitivas para compreender e enfrentar. (LOPES, 1999, p. 21).

Lopes (1999) é o único dos autores aqui citados que, de fato, realizaram uma experiência didática inspirada nas ideias lakatosiana. Sua principal fundamentação é a de que a Matemática se desenvolve por meio de verdades provisórias, que pode ser entendida como a tese falibilista de Lakatos. Não se baseia, entretanto, na tese racionalista, pois a argumentação dos alunos não é baseada na lógica interna da matemática. O processo de provas e refutações de Lopes (1999) não é da mesma natureza que o de Lakatos, pois não se trata da descoberta de fatos novos (para a Ciência). Assim, a ideia inspiradora que vemos aqui é de que a Matemática Informal é falível.

O segundo artigo analisado foi o de Barbosa e Meneguetti (2010). Os autores apresentam algumas das ideias lakatosianas contidas em **A Lógica da Descoberta Matemática – Provas e Refutações** e na **Crítica e o Desenvolvimento do**

Conhecimento, contextualizando-as em uma breve retrospectiva histórica da Filosofia da Matemática. Os autores defendem que, apesar das limitações em aplicar as ideias lakatosianas ao ensino de matemática, especialmente no nível básico, elas seriam contribuições relevantes para o ensino na graduação em Matemática.

> Compreendemos que um melhor entendimento da Matemática apresentada na graduação pode ser feito mediante incessante aperfeiçoamento de opiniões por especulação e crítica, pela lógica das provas e refutações. Além disso, este processo deve ocorrer de forma dinâmica e dialética. (BARBOSA; MENEGHETTI, 2010, p. 8).

Embora não tenham relatado nenhuma experiência docente, os autores foram inspirados a imaginar um processo de ensino baseado no diálogo entre professor e alunos, no qual são discutidos os conceitos matemáticos, de forma dinâmica. Tal diálogo expõe a natureza falível do conhecimento matemático. Concordamos com os autores que a natureza falível da matemática é mais facilmente percebida num processo de ensino que envolva a resolução de problemas e a troca de ideias para suas soluções, sendo que esta troca pode ser feita em um diálogo entre os alunos e o professor. Consideramos que as ideias lakatosianas não sejam facilmente transpostas para o ensino, pois requerem inúmeras adaptações. Argumentamos que outros autores, como Ernest (1991), nos trazem o ponto de vista falibilista em propostas filosóficas já adaptadas ao ensino e, portanto, mais adequadas à Educação Matemática.

Em nossa terceira análise, Silva e Moura (2015) fazem um paralelo entre a metodologia de Provas e Refutações (LAKATOS, 1978) e o Método de Investigação Matemática. Os autores, cientes de que Lakatos não tinha nenhuma intenção pedagógica, veem entre os dois métodos pontos de convergência, mas também reconhecem que há pontos de divergência. Concluem que é possível ver uma analogia entre os métodos e, portanto, Lakatos traz contribuições para a Educação Matemática.

O método de Investigação Matemática é um método de ensino para a matemática, desenvolvido por diversos educadores matemáticos e é descrito por Silva e Moura (2015) como:

> Conforme destacam Ponte et al. (1998), há um consenso entre os educadores de que a aprendizagem matemática envolve o "fazer matemática". A concepção de que os alunos podem realizar investigações matemáticas e que isso é um importante processo na construção do conhecimento é sustentada por muitos pesquisadores (PÓLYA, 1975; HADAMARD, 1945; RAMOS, 1997; BRAUMANN, 2002). Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) sugerem que uma investigação matemática envolve quatro momentos:
> (1) Exploração e formulação de questões;
> (2) O processo de formular conjecturas;
> (3) Testes e reformulação das conjecturas;
> (4) Justificação e avaliação do trabalho realizado.
>
> ... Para os autores, o trabalho de *formular questões, elaborar, testar e refinar conjecturas, demonstrar, refinar a demonstração, comunicar os resultados aos pares*, enfim, o processo utilizado pelos matemáticos na descoberta de novos conhecimentos, está ao alcance dos estudantes na aula de matemática. (SILVA; MOURA, 2015, p. 286, grifo dos autores).

Os pontos de convergência identificados pelos autores, entre os dois métodos, seriam os seguintes. O primeiro é o destaque dado, em ambos os métodos, à atividade matemática, tanto no desenvolvimento de teorias, quanto à apropriação de conteúdos matemáticos em atividades escolares. O segundo ponto é a "visão da Matemática como atividade humana, passível de falhas, onde seus teoremas podem ser refutados ou reformulados" (SILVA; MOURA, 2015, p. 289). O terceiro ponto é a valorização das ideias dos estudantes.

Os autores também identificam divergências, sendo a mais explícita o fato de Lakatos não ter preocupações pedagógicas com a Matemática, diferentemente do método de Investigações Matemática, que é por si, um método pedagógico. Apesar disso, os autores afirmam que:

> Mesmo apresentando certas diferenças, acreditamos que a filosofia de Lakatos em *Provas e Refutações* pode ter influenciado consideravelmente os primeiros trabalhos com investigações matemáticas na educação e, posteriormente, o melhoramento desta metodologia. Lakatos reconhece a importância que os problemas exercem no desenvolvimento da matemática, posição corroborada por diversos educadores matemáticos e uma posição assumida quando se trabalha com investigações matemáticas em sala de aula. (SILVA; MOURA, 2015, p. 292, grifo dos autores).

Não compartilhamos com os autores da visão de falibilidade da Matemática no método de Lakatos. Apesar disso, reconhecemos que pode haver convergência entre o método de Provas e Refutações e métodos de ensino. A inspiração dos autores foi, mais uma vez, pela concepção falibilista da Matemática.

Nossa quarta leitura foi de Silva (2016). O autor é um graduando de Licenciatura em Matemática que no seu trabalho de Conclusão de Curso imaginou como o método heurístico lakatosiano poderia ser aplicado em uma sala de aula, baseando-se na leitura de Lakatos (1978). O autor, seduzido pela exposição das ideias da Filosofia da Matemática em forma de diálogo entre um professor e alunos, presume que Lakatos tivesse intenções didáticas de apresentar um método para o ensino da matemática que considere as opiniões dos alunos.

Para Silva (2016), o método de Provas e Refutações seria uma alternativa ao "método tradicional de ensino" que torna as aulas de matemática mais dinâmicas e atraentes, pois promove a participação dos alunos. O método lakatosiano daria autonomia ao aluno e permitiria que este assumisse a direção de seu processo de aprendizagem. O autor interpreta que Lakatos considera o erro (cometido pelo aluno, ao resolver problemas matemáticos) como o fator heurístico que faz a matemática se desenvolver.

Em nossa análise é possível concordar com Silva (2016) no que diz respeito à crítica aos métodos de ensino que deixam o aluno passivo quanto à aprendizagem, que não consideram as atividades dos alunos e os erros como fatores de ensino e que tomam o conhecimento como pronto e acabado. Entretanto discordamos do autor quando ele coloca estas propostas como lakatosianas. Mais uma vez, reiteramos que Lakatos não tinha preocupações didáticas e que jamais propôs algo como um método de ensino. Inspirado pelas ideias lakatosianas podemos defender as posturas flexíveis do professor e as posturas ativas de alunos que são almejadas por Silva (2016), porém, não podemos atribuir a Lakatos tais ideias.

Fortemente baseados em Barbosa e Meneguetti (2010), Alves e Tatsch (2017), argumentam que as ideias lakatosianas devem ser conhecidas de docentes de matemática. Em nossa quinta análise, os autores argumentam que Lakatos defende o uso didático da História da Matemática no ensino e que a "Filosofia da Matemática deve levar em consideração as questões externas, como o contexto social e histórico..." (ALVES; TATSCH, 2017, p. 82). Os autores defendem seu ponto de vista, a nosso ver erroneamente interpretado, apresentando quatro trabalhos de outros autores da área do Ensino de Ciências e da Matemática. Três destes trabalhos descrevem possibilidades de trabalho pedagógico por meio de analogias com a Metodologia dos Programas de Pesquisa Científica e um deles discute a aproximação entre o Método de Provas e Refutações e o método pedagógico de Atividades Investigativas em Matemática (o de SILVA; MOURA, 2015).

Não discordamos de Alves e Tatsch (2017) pelas conclusões de que a obra de Lakatos traz implicações importantes para a Educação Matemática, e que deva ser conhecida pelos docentes, especialmente pelas questões relativas à Filosofia da Matemática. Entretanto, discordamos veementemente da argumentação dos autores para chegar a tais conclusões, quando os autores afirmam que Lakatos:

> Desenvolveu, por assim dizer, uma Filosofia da Matemática que denominou quase empirismo, levando em consideração a atividade dos matemáticos, isto é, o que eles fazem e têm feito, com todas as imperfeições inerentes a qualquer atividade ou criação humana, no desenvolvimento dessa ciência. (ALVES; TATSCH, 2017, p. 79).

E ainda:

> Na Filosofia da Matemática, segundo Lakatos, trata-se de considerar as questões externas, como o contexto social e histórico, e as questões internas, inerentes ao conhecimento, percebendo a visão falibilista do conhecimento matemático, passível de correções, reconhecendo que os erros nos levam a reconsiderar que a teoria que está em constante crescimento.
>
> Lakatos ofereceu uma diretriz metodológica que serve guia para o desenvolvimento e o progresso do campo do conhecimento matemático, numa visão histórica e pedagógica, enfatizando uma preocupação com o processo de ensino e aprendizagem da ciência matemática. (ALVES; TATSCH, 2017, p. 91).

Discordamos da interpretação de que as propostas metodológicas lakatosianas considerem o aspecto pedagógico e a prática dos matemáticos. Em nossa leitura da obra de Lakatos, a falibilidade não se atribui à atividade humana. Errar é humano, mas Lakatos falava de outra coisa: dos falseadores potenciais (lemas ocultos). Lakatos não estava interessado na prática dos matemáticos, propriamente dita, como podemos verificar:

> A atividade matemática é atividade humana. Certos aspectos dessa atividade – como de qualquer atividade humana – podem ser estudados pela psicologia, outros pela história. A heurística não está interessada primordialmente nestes aspectos. Mas a atividade matemática produz matemática. A matemática, este produto da atividade humana, "aliena-se" da atividade humana que a esteve produzindo. Ela se converte num organismo vivo, em crescimento, que adquire certa autonomia da atividade

> que a produziu; ela revela suas próprias leis autônomas de crescimento, sua própria dialética..... A atividade dos matemáticos humanos, tal como aparece na história é apenas uma tosca concretização da dialética maravilhosa de ideias matemáticas. Mas qualquer matemático, se tiver talento, argúcia, gênio, comunica-se, sente o ímpeto e obedece essa dialética de ideias.
> Ora, a heurística se interessa pela dialética autônoma da matemática, e não por sua história, embora ela só possa estudar seu assunto através do estudo da história e da reconstrução racional da história (LAKATOS, 1978, p. 189-190).

Desse modo, consideramos que é possível defender que a obra de Lakatos seja importante para a formação de professores, mas por motivos diversos dos apontados por Alves e Tatsch (2017). Lakatos nos oferece fundamentos para pensar em uma Matemática Informal falível e de como o conhecimento matemático cresce por meio de resolução de problemas. Apesar de haver outros autores que defendem estas ideias no campo da Educação Matemática, Lakatos nos ofereceu um ponto de vista – ousado em sua época – alternativo à concepção euclidiana da matemática.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apesar de termos ressalvas aos autores que defendem propostas de ensino baseados nas ideias lakatosianas, reconhecemos que existem muitos méritos nessas ideias, especialmente na Educação Matemática. Lakatos não foi o primeiro filósofo a defender um ponto de vista falibilista, nem o primeiro a propor um método racionalista heurístico para a Matemática. Porém foi o primeiro a sintetizar as duas teses ao propor uma abordagem filosófica alternativa ao Formalismo, abrindo uma nova perspectiva na Filosofia da Matemática, distante das preocupações fundacionistas.

A abordagem proposta por Lakatos atraiu críticas severas de filósofos da Matemática do século XX, mas também fez o debate avançar colocando a Matemática e as Ciências Naturais em um mesmo patamar epistemológico. Tal discussão teve repercussão no terreno da Filosofia da Educação Matemática, gerando propostas como o Construtivismo Social de Ernest (1991) e a Escola Hipotética de Blaire (1981).

Na área de Ensino de Ciências e Matemática, alguns autores propõem práticas pedagógicas inspirados em Lakatos, tais como conhecemos em Lopes

(1999) e em Barbosa e Meneguetti (2010); outros, embora tenhamos críticas, foram inspirados por ele ao defender propostas para ensino, como Silva (2016) e Alves e Tatsch (2017), e ainda outros que veem paralelismo das propostas lakatosianas a propostas didáticas, como foi o caso de Silva e Moura (2015).

Em nossa visão, os méritos em estudar Lakatos não estão no caso de querer aplicar os métodos lakatosianos ou uma adaptação destes em sala de aula. O mérito não é de caráter metodológico para o ensino, mas de fundamentação para discussões filosóficas para a Educação Matemática. Tais discussões poderiam subsidiar compreensões acerca do ensinar e aprender matemática, além da própria natureza da Matemática:

> [...] diversos matemáticos, filósofos e educadores salientam, cada vez mais, que a concepção que se sustenta sobre a Matemática influencia profundamente o que se considera ser desejável relativamente ao seu ensino e aprendizagem. (PONTE et al, 1997, p. 1).

Defendemos o estudo da Filosofia da Matemática de Lakatos porque através dele percebemos que a ciência avança por meio da crítica às teorias estabelecidas, mesmo na Matemática. Assim poderíamos fundamentar as discussões na Filosofia da Educação Matemática. Em nosso ponto de vista o debate estará permanentemente aberto.

REFERÊNCIAS

ALVES, Marcos Alexandre; TATSCH, Karla Jacqueline Souza. Epistemologia, história e ensino da matemática: reflexões sobre formação e aprendizagem significativa. **REnCiMa**, v. 8, n. 3, p. 78-93, 2017.

BARBOSA, Gustavo; MENEGHETTI, Renata Cristina Geromel. Filosofia da Matemática do Quase-Empirismo e História da Matemática: traçando algumas considerações sobre o ensino de graduação em matemática. **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática**. Salvador: SBEM, 2010. Disponível em: <http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/CC/T5_CC703.pdf>. Acesso em: 01 abr. 2018.

BLAIRE, Eric. **Philosophy of Mathematics Education**. Tese de doutorado, London: University of London, 1981.

CARDOSO, Virgínia Cardia. **As Teses Falibilista e Racionalista de Lakatos e a Educação Matemática**. Dissertação de Mestrado. Rio Claro: UNESP, Instituto de Geociências, 1997.

DA COSTA, Newton Carneiro. **Introdução aos Fundamentos da Matemática**. São Paulo: HUCITEC/ EDUSP, 1992.

ERNEST, Paul. **The Philosophy of Mathematics Education**. New York: The Falmer Press. 1991

LAKATOS, Imre. **A Lógica do Descobrimento Matemático**: Provas e Refutações. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1978.

______. **Matemática, Ciencia y Epistemología**. Madrid: Alianza Universidad, 1987.

______. **La Metodología de los Programas de Investigación Científica**. Madrid: Alianza Universidad, 1993.

______ (Ed.). **Problems in the Philosophy of the Mathematics**. Amsterdam: North - Holland Publishing Company, 1967. v. 1.

LAKATOS Imre; MUSGRAVE, Alan. **A crítica e o Desenvolvimento do Conhecimento**. São Paulo: Cultrix/ EDUSP, 1979.

______ (Ed.). **Problems in the Philosophy of the Science**. Amsterdam: North - Holland Publishing Company, 1968. v. 3.

LOPES, Antônio José. Gestão de interações e produção de conhecimento matemático em um ambiente de inspiração lakatosiana. **Educação Matemática em Revista**, ano 6; n. 7, p. 19-26, jul. 1999,.

PONTE, João Pedro; BOAVIDA, Ana; GRAÇA, Maria; ABRANTES, Paulo. **Didáctica da Matemática**. Lisboa: DES do ME, 1997. Disponível em: <www.mat.uc.pt/~mat0840/Textos/ponte-etc(2NaturezaMat)%2097.htm>. Acesso em: 01 abr. 2018.

POLYA, George. **A Arte de Resolver Problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1986.

POPPER, Karl. **A Lógica da Pesquisa Científica**. São Paulo: Cultrix/ EDUSP, 1993.

______. **Conjecturas e Refutações**. 3. ed. Brasília: UNB, 1991.

SILVA, Guilherme Henrique Gomes da; MOURA, Amanda Queiroz. O falibilismo de Lakatos e o trabalho com investigações matemáticas em sala de aula: possíveis aproximações. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 17, n. 2, p. 277-293, maio/ago. 2015.

SILVA, João Matheus. **A Inserção da Filosofia de Imre Lakatos no Ensino de Matemática**. Trabalho de Conclusão de Curso. Campina Grande: Universidade Estadual da Paraíba, 2016.

STANFORD ENCYCLOPEDIA OF PHILOSOPHY. **Imre Lakatos**. Disponível em: <https://plato.stanford.edu/entries/lakatos/>. Acesso em: 01 abr. 2018.