



REP's - Revista Even. Pedagóg.

Edição Especial Temática: História, Filosofia e Educação Matemática

Sinop, v. 9, n. 2 (24. ed.), p. 625-644, ago./out. 2018

ISSN 2236-3165

<http://sinop.unemat.br/projetos/revista/index.php/eventos/index>

DOI: 10.30681/2236-3165

O LUGAR DA PESQUISA HISTÓRICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA¹

THE PLACE OF HISTORICAL RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION

José Manuel Matos

RESUMO

Discute-se o lugar da investigação histórica no campo mais geral da Educação Matemática. Problematiza-se a viabilidade de usar a disciplina escolar de Matemática como objeto de estudos históricos e a posição destes estudos no campo de Educação Matemática. Após uma revisão sobre procedimentos historiográficos e sua aplicação a uma História da Educação Matemática, discutem-se dois exemplos problematizando a articulação entre os dois campos. O primeiro usa uma abordagem histórica para compreender a formação do conhecimento pedagógico do conteúdo em professores de Matemática. O segundo usa construtos atuais sobre a números racionais para questionar abordagens em livros de texto do passado.

Palavras-chave: História da Educação Matemática. Educação Matemática. História da Educação. Currículo.

ABSTRACT

The place of historical research in the more general field of Mathematics Education is discussed. The feasibility of using the school discipline of Mathematics as object of historical studies and the position of these studies in the field of Mathematical Education is problematized. After a review of historiographical procedures and their application to a History of Mathematical Education, two

¹ Este texto foi apoiado por fundos portugueses através da Fundação para a Ciência e a Tecnologia, Projeto UID/CED/02861/2016.

examples are discussed, problematizing the articulation between the two fields. The first uses a historical approach to understand the formation of pedagogical content knowledge of Mathematics teachers. The second uses current constructs on rational numbers to question approaches in textbooks of the past.

Keywords: History of Mathematics Education. Mathematical Education. History of Education. Curriculum.

Correspondência:

José Manuel Matos. Prof, Doutor. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa (FCT-UNL). Caparica, Portugal. E-mail: jmm@fct.unl.pt

Recebido em: 09 de junho de 2018.

Aprovado em: 10 de setembro de 2018.

Link: <http://sinop.unemat.br/projetos/revista/index.php/eventos/article/view/3217/2349>

1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento recente na área da história da educação matemática (HEM) pode ser visto através de vários indicadores como a realização de congressos internacionais específicos, a formação e consolidação de grupos de trabalho e pesquisa, a publicação de edições especiais em revistas científicas, o surgimento de periódicos específicos e de livros de síntese (por exemplo, KARP e SCHUBRING, 2014). O tema também tem ganho visibilidade nas publicações de educação matemática. Por exemplo, no último **Handbook of Research in Mathematics Education** (CLEMENTS et al., 2013) encontramos diversos capítulos envolvendo discussões históricas.

Este texto pretende contribuir para uma reflexão sobre a relação entre a investigação em HEM e a investigação em educação matemática. Assume-se como um ponto de reflexão pessoal após mais de um decénio de pesquisa sobre o passado do ensino dessa ciência. Ele parte de um *lugar*, o campo de educação matemática, com os seus procedimentos de análise e o seu processo próprio de construção de um texto, seguindo a terminologia de Certeau (1982). Não será certamente a única perspectiva a partir da qual questionar o tema, mas é a que é coerente com a minha experiência profissional.

Assim, como educador matemático, interessa-me questionar a prática da investigação histórica procurando saber da sua relevância, dos seus propósitos e dos métodos de realização da pesquisa sobre os problemas do ensino e da aprendizagem da matemática. Englobo nos termos educação matemática e educador matemático todos os que realizam essencialmente trabalhos de investigação sobre o ensino e aprendizagem desta ciência. Estão pois aqui incluídos, para além de membros de instituições de ensino superior, professores de outras instituições. Incluo no termo HEM, para além do estudo do passado do ensino da matemática, a investigação sobre a história do próprio campo educação matemática.

Numa primeira secção abordarei as reflexões sobre a educação matemática enquanto disciplina de pesquisa. Questionarei depois a viabilidade de usar a disciplina de matemática como objeto de estudos históricos seguida da problematização da posição dos estudos históricos no campo de educação matemática. Após uma revisão sobre procedimentos historiográficos e sua aplicação a uma HEM, terminarei com dois exemplos de estudos na área.

2 O CAMPO EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

“A diferenciação do campo da educação matemática faz-se a partir dos anos 1960 quando o centro de atenção começa a deslocar da resposta imediata a problemas de prática de aula, a *didática*, e passa a desenvolver uma vertente de investigação, procurando não apenas novos métodos de ensino, mas questionando que métodos funcionam, como aprendem os alunos, como os professores gerem as suas aulas, e que paradigmas e metodologias de pesquisa são adequadas para responder a estas questões (FURINGHETTI; MATOS; MENGHINI, 2013).

Embora de início a reflexão dos educadores matemáticos sobre o seu próprio trabalho fosse incipiente, a partir de meados da década de 1970 o impulso para o desenvolvimento teórico e a reflexão tornou-se mais visível. Hans-Georg Steiner liderou esse impulso e desenvolve um primeiro esboço epistemológico, formando um círculo de estudo internacional denominado **Teoria da Educação Matemática**, que realizou cinco conferências até 1992, e constituiu-se como grupo especial regular em conferências internacionais debatendo a natureza, as possibilidades, os limites e

a legitimidade da educação matemática como campo científico (FURINGHETTI; MATOS; MENGHINI, 2013). A relação entre a educação matemática e outros campos do conhecimento (psicologia, educação, sociologia, matemática, etc.), o poder explicativo de paradigmas concorrentes, a viabilidade de teorias locais, a relação entre teoria e prática, e reflexões sobre a mudança curricular estiveram entre as muitas contribuições desse grupo.

Steiner defendia que a educação matemática é um campo de estudo de pleno direito. Situada na área da educação, tem relações interdisciplinares com um grupo de disciplinas tais como a psicologia, a antropologia, a história e a filosofia, das quais utiliza teorias, modelos ou paradigmas (STEINER et al., 1984). A história, e em particular a história da matemática, seria uma destas disciplinas.

Desde o seu início, e apesar de estar centrada nos problemas do ensino e da aprendizagem, a educação matemática assumiu formas bastante diversificadas consoante os modos de educação, formação cultural e formação em pesquisa dos seus membros. Na tentativa de caracterizar essa diversidade, Alan Bishop (1998) distinguiu três tradições de investigação, e usou-as como pano de fundo para uma reflexão sobre a relação entre pesquisa e prática educacional. Uma primeira é a tradição pedagógica, que valoriza o papel dos professores refletindo sobre sua prática, sendo a experiência e a observação as principais componentes da pesquisa. A tradição do cientista empírico acredita que é possível uma explicação da realidade educacional e o processo de pesquisa concentra a atenção nos métodos de obtenção dessa evidência, muitas vezes recorrendo a métodos quantitativos. Finalmente a tradição do filósofo escolástico pretende estabelecer uma posição teórica rigorosamente argumentada. A realidade do ensino é aqui uma manifestação imperfeita dessas propostas teóricas. Essa variedade ocorre também no modo como a investigação em educação matemática é valorizada nos diversos países (ver por exemplo, BOERO; SZENDREI, 1998).

Se nos primórdios da educação matemática dominava a tradição pedagógica, nos dias de hoje, embora imperando a tradição do cientista empírico, observamos uma muito maior diversidade quer nas problemáticas, quer nos paradigmas usados pelos educadores matemáticos. A diversidade da pesquisa pode ser apreciada em trabalhos recentes (por exemplo, CLEMENTS et al., 2013 ou SRIRAMAN; ENGLISH, 2010).

O exemplo da **Didactique des Mathématiques** francófona consolidada a partir dos anos 1980 é de particular importância para este trabalho e é entendida pelos seus aderentes como estando mais próxima da aula de matemática. A *Didactique* pretende estudar o processo de disseminação do conhecimento matemático, com maior ênfase no estudo do seu ensino (ARTIGUE; DOUADY, 1986). Uma das suas ideias basilares é a de que o saber matemático escolar é o produto de um saber prévio produzido na academia. A transformação de um no outro é operada pela *transposição didática* explicitada por Yves Chevallard (1991) que a caracteriza como o processo pelo qual o saber científico (*savoir savant*) se transforma em saber ensinado (*savoir enseigné*).

Nenhuma destas variedades tem, no entanto, produzido muita reflexão sobre a relação entre a educação matemática e a disciplina de história. Até recentemente quando consultamos os textos em inglês apenas encontramos referências ocasionais à história como um dos campos que influenciam a educação matemática. Steiner, por exemplo (STEINER et al., 1984), alude à história, mas parece referir-se essencialmente à história da matemática. O panorama é um pouco diferente quando observamos o meio ibero-americano. Desde o primeiro congresso ibero-americano de história do ensino da matemática (MATOS; SARAIVA, 2011), é comum serem apresentados textos refletindo sobre a relação entre história e educação matemática.

3 AS DISCIPLINAS ESCOLARES

Antes de prosseguir importa questionar qual a viabilidade de uma HEM. Segundo Brousseau, um dos proponentes da **Didactique des Mathématiques**, boa parte dos problemas do ensino e da aprendizagem da matemática são “irredutivelmente” matemáticos:

Existem problemas em Educação Matemática que são irredutivelmente matemáticos — por exemplo, a escolha de problemas, a organização das atividades matemáticas para fins didáticos, a análise da compreensão em matemática, [e] ... a estruturação do discurso matemático. ... Não existe uma conjunção de disciplinas clássicas que explique o funcionamento desta parte irremediavelmente matemática do ensino. ... Uma abordagem científica [a esta parte] é e será essencialmente o trabalho de um

matemático. (BROUSSEAU, citado por Sierpinska e Kilpatrick, 1998, p. 528).

Assim, uma HEM só teria viabilidade através de uma forte ligação à história da matemática. Valente (2007), como veremos noutra seção, mostra-se muito crítico das consequências desta perspectiva, assumindo como particularmente nefasto o conceito de transposição didática.

Noutro texto (MATOS, 2006) discuti a gênese da matemática escolar, pondo em causa o conceito de transposição didática. Para além de mostrar que o primeiro livro de matemática impresso em Portugal em 1919, o **Tratado da pratica darismetyca** de Gaspar Nicolas, é também (e sobretudo) um livro didático, apontei exemplos de inversão da transposição didática em que é o saber escolar que molda o próprio conteúdo matemático.

No mesmo sentido diversos autores têm apontado que as disciplinas escolares não são meras vulgarizações de áreas de conhecimento produzido nas academias (CHERVEL, 1990; FARIA FILHO et al., 2004; JULIA, 1995; VIÑAO, 2006). Criticam igualmente a visão de que as disciplinas escolares seriam essencialmente determinadas por grandes movimentos sociais e culturais, tornando desnecessário histórias específicas de cada disciplina. Todos realçam a importância de considerar que nem as escolas, nem os professores são meros reprodutores quer de determinantes sociais e culturais globais, quer de áreas do saber científico. As disciplinas escolares, em particular, englobam “não somente as práticas docentes em aula, mas também as grandes finalidades que presidiram a sua constituição e o fenómeno de aculturação em massa que ela determina” (CHERVEL, 1990, p. 184).

As disciplinas escolares são criações espontâneas e originais do sistema escolar (...). E porque o sistema escolar é detentor de um poder criativo insuficientemente valorizado até aqui é que ele desempenha na sociedade um papel que não se percebeu que era duplo: de fato ele forma não somente os indivíduos, mas também uma cultura que vem por sua vez penetrar, moldar, modificar a cultura da sociedade global. (CHERVEL, 1990, p. 184)

As disciplinas escolares têm pois um lugar próprio e em certa medida autónomo (CHERVEL, 1990) o que legitima o estudo da sua história como área de pesquisa.

4 O LUGAR DA HISTÓRIA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Segundo a minha experiência, é comum os educadores matemáticos reagirem aos estudos históricos com um misto de curiosidade e de distanciamento. Para muitos, é muito interessante conhecer os detalhes desta ou daquela reforma, saber como uma corrente de pensamento influenciou formas de ensinar, aprender como eram usados antigos materiais manipuláveis, ou apreciar os modos como uma personalidade moldou de forma decisiva os métodos de ensino, ou escreveu livros inovadores. Mas simultaneamente esses educadores matemáticos não conseguem vislumbrar uma ligação entre esses temas e os seus interesses investigativos contemporâneos. Os estudos históricos aparecem como uma galeria de retratos de antepassados ou objetos de museu, sem dúvida interessantes, mas que não tem relevância para os problemas dos nossos dias. Alguns vão mesmo mais longe, considerando a investigação histórica como um tema a que não se deve dar grande atenção.

Mesmo nos textos de reflexão sobre educação matemática é muito raro encontrar menções à investigação em HEM e mesmo quando as há, não é claro se os autores se referem à HEM ou à importância da reflexão histórico-epistemológica sobre os temas matemáticos (ver, por exemplo, BOERO; SZENDREI, 1998; STEINER et al., 1984). Boa parte desta postura radica na a-historicidade da formação em educação matemática. Devemos tomar em conta que a investigação em HEM é muito recente e apenas agora, com a publicação de textos de síntese, está em condições de poder passar a figurar como um tema curricular na formação de professores e na formação avançada em educação matemática.

Pretendo defender que a pesquisa histórica não deve ser uma mera curiosidade ou enfeite e justificarei com dois argumentos: de identidade e de intervenção.

O argumento identitário postula que a identidade do campo educação matemática está incompleta sem o conhecimento dos problemas do ensino e da aprendizagem no passado. Este argumento é usado noutros contextos, por exemplo, foi (e é) recorrentemente utilizado para sustentar a identidade de nações, de povos, ou de grupos sociais (PROST, 1996). Do mesmo modo sustento que da formação de um educador matemático, ou de um professor, deveria fazer parte o conhecimento

do passado da sua área. Um saber que se pretende filiado nas ciências sociais não pode deixar de estabelecer pontos de contacto com as suas origens, tornando mais sustentadas as visões do presente. Apenas com esse conhecimento podemos vislumbrar como as coisas são e porque são assim e não de outra forma. É o conhecimento do passado que nos permite sustentar a coerência de um projeto: de onde vimos, para onde vamos (PROST, 1996).

Um segundo argumento, o da intervenção, pode parecer paradoxal. Seguindo José Mattoso, um medievalista português,

para mim, portanto, a História não é a comemoração do passado, mas uma forma de interpretar o presente. Ao descobrir a relação entre o ontem e o hoje, creio poder decifrar a ordem possível do mundo, imaginária, porventura, mas indispensável à minha própria sobrevivência, para não me iludir a mim mesmo no caos de um mundo fenomenal, sem referências nem sentido. (MATTOSO, 1997, p. 22).

Da primeira vez que encontrei esta frase, achei-a de difícil aceitação. Como pode Mattoso considerar que o estudo dos acontecimentos na Idade Média, a sua área de referência, tenha relevância para o presente?² Questão similar pode ser colocada ao estudo da HEM. Como pode o conhecimento de modos esquecidos de ensinar matemática, de modelos e materiais ultrapassados pela tecnologia, ajudar-nos no presente? E, no entanto, como nos alerta Antoine Prost (1996), os estudos históricos estão condenados à irrelevância se não cuidarem de mostrar a sua pertinência. Posto de outro modo, os sábios do mundo de hoje já não podem viver confinados à sua torre de marfim. A função social de uma HEM que renuncie a dizer algo sobre os problemas atuais é portanto muito pequena. Procurarei argumentar precisamente no sentido da relevância da pesquisa histórica para o estudo contemporâneo da educação matemática recorrendo mais à frente a dois exemplos.

5 DESENVOLVENDO ESTUDOS HISTÓRICOS

Na síntese final do livro **Mathematics Education as a research domain: a search for identity** torna-se patente a dificuldade de um consenso sobre critérios de qualidade para a investigação em educação matemática ou sequer da viabilidade de

² O leitor interessado pode consultar Mattoso (1988) para observar como o autor relaciona a génese de Portugal com o país atual.

tal projeto (SIERPINSKA; KILPATRICK, 1998). É justamente no contexto da discussão sobre critérios de qualidade que aparece uma (a única?) referência a trabalhos em HEM quando Ellerton e Clements (1998) argumentam que alguns critérios de qualidade propostos por outros investigadores dificilmente se aplicam aos estudos históricos. A argumentação a que recorrem ajuda-nos a aprofundar o conceito de qualidade dos estudos históricos. Alguns critérios, *relevância, validade, originalidade, rigor e precisão e relacionamento* parecem poder aplicar-se a estudos em HEM, embora por vezes possa parecer difícil de discutir a relevância de alguns estudos históricos e os termos rigor e precisão devessem ser substituídos por abrangente e minucioso (“comprehensive and thorough”, no original, p. 159). Já os critérios de o estudo ser *reprodutível* ou *objetivo* não se podem aplicar a estudos históricos (nem a investigações interpretativas). Nos dias atuais ninguém se propõe realizar uma história (ou uma antropologia, por exemplo) objetiva, dada a natureza idiossincrática de tais estudos. E no entanto, é claro que o historiadores não estão de acordo; mas cada um mantém que a sua interpretação é a boa e cada um o sustenta; nenhum diz que elas são identicamente válidas. (PROST, 1996, p. 287). Prost (1996) propõe a utilização dos termos *distanciamento* e *imparcialidade* em vez de objetividade.

Steiner na sua **Teoria da Educação Matemática** (STEINER et al., 1984) propunha que os educadores matemáticos usassem teorias, modelos, paradigmas de disciplinas associadas. Seguindo a sua visão, proponho que, para desenvolver estudos históricos de qualidade, o educador matemático deva usar as ferramentas do historiador, não apenas por uma questão de credibilidade do seu trabalho, mas sobretudo para poder chegar a *textos* (no sentido de CERTEAU, 1982) fiáveis.

Um primeiro passo é compreender a distinção entre história e memória. A memória, individual ou coletiva, é a nossa visão dos acontecimentos passados, decantada e recomposta pelos anos, pelas vivências e pelas interações sociais (PROST, 1996). Embora a memória seja uma das fontes do historiador e o trabalho rigoroso e sistemático de recolhas de memórias seja muito importante, a história escreve-se confrontando fontes e envolve um processo sistemático de reflexão sobre os vestígios do passado.

Certeau (1982) sintetiza a operação historiográfica como a relação entre um *lugar* de onde o historiador trabalha, um conjunto de *procedimentos* e regras de análise e validação de resultados e a construção de um *texto*.

Uma excelente revisão dos procedimentos historiográficos pode ser encontrada em Valente (2007). Seguindo de perto as propostas de Prost (1996), ele propõe que na base da investigação historiográfica estão os factos, entendidos como uma construção do historiador.

Os fatos históricos são constituídos a partir de traços, de rastros deixados no presente pelo passado. Assim, o trabalho do historiador consiste em efetuar um trabalho sobre esses traços para construir os fatos. Desse modo, um fato não é outra coisa que o resultado de uma elaboração, de um raciocínio, a partir das marcas do passado, segundo as regras de uma crítica. (VALENTE, 2007, p. 31).

Para o estabelecimento desses factos, o historiador recorre às suas questões de investigação. Não existem factos independentemente dos propósitos de pesquisa e estes são condicionados pelo conhecimento prévio sobre o tema, e, na senda das tradições propostas por Bishop (1998), pela educação, pela formação cultural e pela formação do próprio pesquisador.

O método histórico envolve a formulação de questões aos traços deixados pelo passado, que são conduzidos à posição de fontes de pesquisa por essas questões, com o fim da construção de fatos históricos, representados pelas respostas a elas. (VALENTE, 2007, p. 32).

São estes fatos que permitem ao historiador o estabelecimento de periodizações, o encadeamentos de acontecimentos, conjecturar causas e atribuir responsabilidades.

Apesar de o historiador partir de um *lugar*, os procedimentos historiográficos exigem uma *desnaturalização* dos elementos contemporâneos, isto é, para uma boa investigação histórica, o investigador necessita de se afastar criticamente de categorias atuais que, naturalmente, lhe aparecem como naturais. Se o não fizer, a pesquisa histórica ficará contaminada por categorias que fazem sentido no presente, mas que, usadas acriticamente no passado, cegam o pesquisador.

O requisito de desnaturalização leva Valente (2007) a distanciar-se da tradição francófona de Educação Matemática, como já referimos. O postulado de

que a Matemática escolar procede da Matemática ciência através da transposição didática, em particular, impede que seja realizada uma desnaturalização. Pelo contrário, o investigador, embora partindo do seu *lugar* deve, metodologicamente, questionar os contextos em análise, sujeitando a crítica todos os elementos que lhe pareçam *naturais*.

O diálogo da produção histórica com o presente, com o dia-a-dia das salas de aula, não pode ser relegado por uma produção sem comprometimento com a contemporaneidade. (...) Mas esse diálogo deve ser problematizador. Um diálogo problematizador diz respeito à desnaturalização dos elementos presentes no cotidiano das práticas pedagógicas, que envolvem o ensino de matemática. (VALENTE, 2007, p. 38).

Valente (2007) considera ainda que a produção em HEM não deve estar subordinada a imperativos didáticos imediatos como ele entende que a **Didactique des Mathématiques** requer.

Tomemos um exemplo para explicar melhor o conceito de desnaturalização. Imaginemos que se pretendia estudar a formação de professores de Matemática no ensino secundário português. Um início apressado tomaria o termo “professores de Matemática no ensino secundário português” no seu sentido natural (atual) e ignoraria que apenas podemos falar de professores de Matemática, isto é, de um corpo de especialistas em ensinar este tema, quando esta profissão se estabiliza, o que apenas ocorre já no século XX. Certamente que antes havia pessoas (professores?) que ensinavam matemática no ensino secundário, mas os requisitos de acesso à “profissão” eram tão permissivos que frequentemente essas pessoas acumulavam o ensino da matemática com o de outras disciplinas. Acresce que os baixos salários e a falta de indivíduos com formação científica adequada conduziam a que médicos ou militares, por exemplo, arredondassem os proventos da sua profissão exercendo funções letivas. E nem sequer podemos assumir como certa a própria disciplina de Matemática que só estabiliza na segunda metade do século XIX (MATOS, 2014).

Do mesmo modo, outras categorias atuais podem revelar-se armadilhas para o historiador (programas, escolas, exames, etc.). Usar acriticamente categorias atuais para realizar investigações históricas não produzirá certamente trabalhos de qualidade.

8 DOIS EXEMPLOS

No grupo de investigação sobre Educação Matemática da Unidade de Investigação e Desenvolvimento da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa temos procurado refletir sobre o modo como estudos históricos podem contribuir para as problemáticas contemporâneas da Educação Matemática. Em fundo está a preocupação em saber o que é, de onde vem e como muda a matemática escolar entendida como um fenómeno cultural. Posto de outro modo, procura-se entender o saber matemático como imerso na cultura matemática escolar tecida pelos significados atribuídos pelos diferentes intervenientes (GEERTZ, 1973): alunos, professores, académicos, governantes, etc. Esta história cultural busca pois as formas criativas de apropriação que os agentes escolares (professores, alunos, funcionários, etc.) fazem dos normativos e busca no interior da escola os vestígios das práticas que aí foram desenvolvidas. Destacarei dois exemplos.

Num primeiro exemplo (publicado essencialmente em MATOS; MONTEIRO, 2011, e mais aprofundado em MONTEIRO, 2018), estudamos o conhecimento pedagógico do conteúdo de professores de Matemática do ensino secundário através das dissertações (Conferências Pedagógicas) de futuros professores produzidas no Liceu Pedro Nunes em Lisboa durante os anos 1950 e 60. O estudo partiu da conjectura inicial que a cultura escolar nas escolas portuguesas de ensino secundário, centradas na formação de professores, vai incorporar gradualmente a construção curricular das ideias inovadoras da Matemática Moderna.

Aplicando os requisitos da investigação histórica, foi pesquisado o *corpus* relevante, neste caso, os textos das Conferências Pedagógicas que tinham sido publicados na **Palestra**, a revista do Liceu da época. Esta primeira recolha foi completada por uma busca no arquivo histórico do Liceu que permitiu encontrar mais Conferências e nalguns casos recuperar texto originais, por vezes mais longos ou que incluíam comentários dos professores metodólogos responsáveis pelo acompanhamento dos futuros professores. O levantamento foi apoiado ainda por outra documentação (legislação, atas de exames) e por entrevistas a antigos formandos. Aplicando método da análise de conteúdo, foi possível construir cinco

grandes categorias: finalidades do ensino da matemática, os novos temas matemáticos, metodologias para o ensino da matemática, propostas de aplicação das novas propostas pedagógicas, e as experiências de Matemática Moderna. Estudos semelhantes foram desenvolvidos no âmbito da Telescola (MATOS; ALMEIDA, 2010) ou das Escolas Normais Superiores (MATOS, 2017).

No âmbito de uma HEM, o trabalho permitiu aprofundar o que já se sabia sobre a introdução da Matemática Moderna em Portugal, nomeadamente o papel que aquele Liceu desempenhou ao longo de dez anos como centro da preparação e experimentação das novas ideias pedagógicas. O estudo das cinco categorias permitiu conhecer a abrangência dos temas em discussão durante a formação de professores no Liceu, julgar as influências nacionais e internacionais e estabelecer ligações com outros acontecimentos desde o princípio do século XX.

Mas o nosso *lugar* de educadores matemáticos também permitiu *a posteriori* estabelecer uma ligação com a discussão contemporânea em torno do conceito de *conhecimento pedagógico do conteúdo*. Os trabalhos de Lee Shulman (1987) foram os primeiros que destacaram a especificidade do conhecimento profissional docente e estimularam uma nova compreensão do conhecimento docente. Shulman, propõe que o conhecimento profissional docente inclui, para além do conhecimento pedagógico geral e do conhecimento científico, o conhecimento pedagógico do conteúdo que ele caracteriza como

[uma] fusão de conteúdos e pedagogia numa compreensão de como tópicos, problemas e assuntos específicos são organizados, representados e adaptados aos distintos interesses e capacidades dos alunos e apresentados para ensino. (SHULMAN, 1987, p. 8).

Este tipo de conhecimento é indissociável da prática pedagógica e expressa-se através de uma *bricolage* apenas passível de ser desenvolvida em contextos de aula ou de escola. As ideias de Shulman constituíram uma visão que contrariava a corrente dominante sobre estudos sobre professores, na época ainda muito limitada ao estudo das concepções. Desde então, a maior parte dos estudos que se têm debruçado sobre o conhecimento profissional do professor têm procurado, numa dimensão individual, dissecar as suas componentes, procurar exemplos de como o

professor o vai gerando ao longo da sua vida profissional, ou ainda refletir sobre o seu estatuto epistemológico.

A investigação histórica que efetuámos (MATOS; MONTEIRO, 2011) permitiu compreender como o conhecimento pedagógico do conteúdo foi sendo lentamente construído, não ao nível individual, mas no seio de uma comunidade profissional.

Pudemos distinguir três períodos: um primeiro que se inicia em 1957 e se estende até cerca de 1962 em que são propostos temas relacionados com a Matemática Moderna em geral e em que as Conferências se centram em explorações conceptuais das novas ideias. Neste primeiro período os estagiários e o metodólogo recompuseram o conhecimento do conteúdo: a matemática moderna introduzia novos temas matemáticos que são recompostos de uma forma relevante para o ensino secundário. Num segundo período, até 1965, embora os temas propostos continuem a ser de âmbito geral, começam a aparecer as primeiras propostas curriculares concretas, mas ainda sem serem ainda efectuadas aplicações práticas. Foi como se, durante este período, fosse necessário inventar e testar conceptualmente a linguagem, as sequências, as novas representações, etc. antes de as aplicar na aula. Num último período, com efeitos a partir de 1965, reflete-se sobre a experiência pedagógica de introdução da Matemática Moderna nos últimos anos do ensino secundário. A componente prática do uso da matemática em aula é agora muito vincada.

Este trabalho sugere que, num contexto de grande alteração curricular, não foi possível iniciar imediatamente a recomposição pedagógica sem antes os professores se apropriarem dos novos conteúdos científicos. No entanto, para que tal acontecesse, foi necessário reescrever o próprio conhecimento científico de um modo adaptado às finalidades do ensino secundário. Assim, e ainda sem incluir estudos sobre a utilização na aula, os primeiros trabalhos incidiram numa recomposição do conhecimento científico, escolhendo os temas relevantes, seleccionando sequências apropriadas, desenvolvendo termos, definições e símbolos adequados, etc. O conhecimento científico de que fala Shulman teve aqui que ser reelaborado pelos próprios professores.

Note-se ainda que este estudo longitudinal de longa duração sobre o conhecimento do professor apenas poderia ser efetuado recorrendo a um estudo do passado.

Um segundo exemplo pode ser apreciado nos trabalhos em curso de Rui Candeias (CANDEIAS, 2017; CANDEIAS; MONTEIRO, 2016) centrados na formação de professores para o ensino primário em Portugal e no conceito de número racional positivo³. Numa primeira fase foram estudados os normativos legais que balizaram essa formação, desde a formação de professores em escolas de ensino mútuo até 1974 (parcialmente publicada em CANDEIAS; MATOS, 2016), discutindo os diversos modelos de formação que foram sendo concebidos e aplicados. Acompanhando o crescimento da rede pública de escolas normais, foi feito um levantamento dos critérios de acesso, das disciplinas e dos exames finais, relevando em cada caso os requisitos matemáticos envolvidos. Após este estudo, Candeias efetuou um levantamento dos livros de texto que incluíam conteúdos sobre o ensino da matemática usados naquelas escolas. Finalmente decidiu estudar, a partir da análise de livros de didática, a forma como era feita a primeira abordagem aos números racionais não negativos, na formação de professores do ensino primário, em diferentes épocas. Um dos aspetos estudados é o enquadramento das propostas didáticas dos livros do período em estudo num modelo contemporâneo que trabalha com os diferentes significados que as frações, em contexto escolar, podem assumir (MONTEIRO; PINTO, 2005).

Do ponto de vista mais geral da educação matemática, o estudo vai permitir, por um lado, validar o modelo contemporâneo que trabalha com os diferentes significados que as frações podem assumir em contexto escolar e, por outro, conhecer os momentos em que esses diferentes significados foram aparecendo nos livros de didática.

No entanto, foram necessários cuidados especiais para realizar esta ligação aos temas contemporâneos. Em contexto escolar, as frações podem assumir diferentes significados que implicam procedimentos didáticos diferentes. O modelo escolhido por Candeias (MONTEIRO; PINTO, 2005) distingue seis significados:

1. a relação parte-todo de uma unidade contínua,
2. a relação parte-todo de uma unidade discreta,
3. o quociente entre dois números inteiros representados pela fração a/b ,

³ O trabalho de Candeias apenas incide sobre os racionais positivos, pelo que, para uma economia de escrita, passarei a mencionar apenas o termo “racionais”.

4. o operador partitivo multiplicativo, em que a fração a/b transforma o cardinal de um conjunto discreto,

5. a medida, em que se compara uma grandeza com outra, tomada como unidade,

6. a razão entre as duas partes do mesmo todo.

Estes seis significados, desenvolvidos a partir de materiais contemporâneos, pretendem descrever todos os significados que as frações poderiam assumir na literatura educativa. Mas seria possível encontrar estes significados nos livros de texto do passado?

A primeira etapa consistiu pois em *desnaturalizar* o modelo, começando pelos próprios números racionais. O conceito de número racional inserido na sequência naturais -> inteiros -> racionais -> reais -> complexos apenas aparece em meados do século XX como consequência da valorização da unidade da matemática e do uso da linguagem dos conjuntos trazidos pela Matemática Moderna. O termo é anacrônico antes do século XX. Foi necessário estar atento a outras terminologias que se referissem às coleções de números que hoje designamos como racionais (quebrados, decimais, frações, etc.).

Recorrendo a uma análise de conteúdo, foram identificadas as ocorrências de “números racionais” nos livros de texto e desenvolvidas categorias sem cuidar de as fazer corresponder com as categorias previstas no modelo. Só então, numa segunda etapa, estas novas categorias foram confrontadas com os seis significados do modelo. Se tivesse invertido esta sequência corria-se o risco de adulterar os significados do passado ao forçá-los numa categorização definida no presente. Poderia mesmo acontecer que o investigador se tornasse cego a modelos, processos, argumentações que conduzissem a significados distintos.

Em ambos os exemplos foram constituídos factos, periodizações, encadeamentos através de procedimentos de análise histórica e finalmente desenvolvido um texto. Em ambos houve especial cuidado com o processo de desnaturalização. Enquanto que no primeiro exemplo a reflexão com relevância para a educação matemática foi feita após a conclusão da investigação histórica, no segundo, a preocupação de validação de um modelo contemporâneo ditou um especial cuidado de desnaturalização do conceito (números racionais) e uma análise

de conteúdo autónoma. De novo, a validação do modelo só ocorreu já na fase final do estudo.

8 CONCLUINDO

A partir do lugar de educador matemático, procurei argumentar no sentido da viabilidade de uma HEM que se constitua simultaneamente como uma área de investigação histórica e que dialogue com os problemas presentes da educação matemática. A educação matemática necessita de um estudo do passado que nos ajude a compreender o presente.

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, Michel; DOUADY, Régine. La didactique des mathématiques en France. **Revue Française de Pédagogie**, Paris, v. 76, p. 69-88, 1986.

BISHOP, Alan. Research, effectiveness, and the practioners' world. In: SIERPINSKA, Anna; KILPATRICK, Jeremy (Ed.). **Mathematics Education as a research domain: a search for identity**. Dordrecht: Kluwer, 1998. v. 1, p. 33-45.

BOERO, Paolo; SZENDREI, Julianna. Research and results in mathematics education: some contradictory aspects. In: SIERPINSKA, Anna; KILPATRICK, Jeremy (Ed.). **Mathematics Education as a research domain: a search for identity**. Dordrecht: Kluwer, 1998. v. 1, p. 197-212.

CANDEIAS, Rui; MATOS, José Manuel. A matemática na formação dos professores do ensino primário em Portugal, da reforma pombalina de 1772 até 1910.

Perspectiva, v. 34, n. 1, p. 41-66, 2016. Disponível em:

<<https://periodicos.ufsc.br/index.php/perspectiva/article/view/2175-795X.2016v34n1p41/31929>>. Acesso em: 15 jun. 2017.

CANDEIAS, Rui; MONTEIRO, Cecília. A matemática na formação dos professores do ensino primário: análise de uma proposta didática de Alberto Pimentel Filho (1875-1950) para o ensino das frações. In: CHAQUIAM, Miguel; MENDES, Iran; VALENTE, Wagner (Ed.). **Anais do III Congresso Ibero-americano de Educação Matemática**, p. 823-839. Belém, 2016.

CANDEIAS, Rui. A matemática na formação dos professores do ensino primário: a proposta de José Moreirinhas Pinheiro (1923 – 2017) para o ensino dos decimais.

HISTEMAT – Revista de História da Educação Matemática, v. 3 n. 3, p. 55-67, 2017. Disponível em:

<<http://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/178>>. Acesso em: 1 fev. 2017.

CERTEAU, Michel. **A escrita da história**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1982.

CHERVEL, André. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & Educação**, Porto Alegre, v. 2, p. 177-229, 1990.

CHEVALLARD, Yves. **La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné**. 2ª ed. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1991.

CLEMENTS, M.; BISHOP, Alan; KEITEL, Christine; KILPATRICK, Jeremy; LEUNG, Frederick (Ed.). **Third International Handbook of Mathematics Education**. Londres: Springer, 2013.

ELLERTON, Nerida; CLEMENTS, M.. Transforming the international mathematics education research agenda. In: SIERPINSKA, Anna; KILPATRICK, Jeremy (Ed.). **Mathematics Education as a research domain: a search for identity**. Dordrecht: Kluwer, 1998. v. 1, p. 153-155.

FARIA FILHO, Luciano; GONÇALVES, Irien; VIDAL, Diana; PAULILO, André. A cultura escolar como categoria de análise e como campo de investigação na história da educação brasileira. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 30, n. 1, p. 139-159, 2004.

FURINGHETTI, Fulvia; MATOS, José Manuel; MENGHINI, Marta. From mathematics and education, to mathematics education. In: CLEMENTS, M., KEITEL, Christine, KILPATRICK, Jeremy; LEUNG, Frederick (Eds.). **Third International Handbook of Mathematics Education**, p. 273-302. Londres: Springer, 2013.

GEERTZ, Clifford. **The interpretation of cultures**. Nova Iorque: Basic Books, 1973.

JULIA, Dominique. La culture scolaire comme objet historique. **Paedagogica Historica. International Journal of the History of Education, Suppl. Series**, v. I, p. 353-382, 1995.

KARP, Alexander; SCHUBRING, Gert (Ed.). **Handbook on the History of Mathematics Education**. Londres: Springer, 2014.

MATOS, José Manuel; ALMEIDA, Mária. A comunicação de ideias matemáticas no início da Telescola — linguagem, representações e práticas curriculares. In: José Manuel MATOS; António DOMINGOS; Carlos CARVALHO; Paula TEIXEIRA (Eds.), **Investigação em Educação Matemática. Comunicação no ensino e na aula de matemática**, p. 304-319. Lisboa: SPIEM, 2010.

MATOS, José Manuel; MONTEIRO, Teresa. Reconstituindo o conhecimento didático do conteúdo durante o início da matemática moderna em Portugal (1956-69). **REMATEC, Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, Natal, v. 6, n. 9, p. 7-25, 2011.

MATOS, José Manuel; SARAIVA, Manuel (Ed.). **Actas do I Congresso Ibero-americano de História da Educação Matemática**. Caparica: UIED, 2011.

MATOS, José Manuel. Constituição de um saber matemático: a aritmética no Portugal da primeira metade de quinhentos. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 6 n. 12, 139-163, 2006. Disponível em:

<[http://www.rbhm.org.br/issues/RBHM%20-%20vol.6,%20no12,%20outubro%20\(2006\)/Jos%C3%A9%20Manuel%20-%20RBHM,%20Vol.%206,%20no%2012,%20p.%20139-163,%202006.pdf](http://www.rbhm.org.br/issues/RBHM%20-%20vol.6,%20no12,%20outubro%20(2006)/Jos%C3%A9%20Manuel%20-%20RBHM,%20Vol.%206,%20no%2012,%20p.%20139-163,%202006.pdf)>. Acesso em: 11 jun. 2017.

MATOS, José Manuel. Mathematics education in Spain and Portugal. In: KARP, Alexander; SCHUBRING, Gert (Ed.). **Handbook on the History of Mathematics Education**. Londres: Springer, 2014. p. 291-302.

MATOS, José Manuel. O desenvolvimento do conhecimento profissional do professor de matemática pelas Escolas Normais Superiores portuguesas (1911-1930). **Cadernos de História da Educação**, Uberlândia, v. 16 n. 3, p. 666-683, 2017.

MATTOSO, José. **A escrita da história — teoria e métodos**. Lisboa: Editorial Estampa, 1997.

MATTOSO, José. **Identificação de um país. Ensaio sobre as origens de Portugal, 1096-1325**. Lisboa: Editorial Estampa, 1988.

MONTEIRO, Cecília; PINTO, Hélia. A aprendizagem dos números racionais. **Quadrante, Revista de Investigação em Educação Matemática**, Lisboa, v. 14, 89-107, 2005.

MONTEIRO, Teresa. **Formação de Professores de Matemática no Liceu Normal de Pedro Nunes (1956-1969)**. Dissertação (Doutoramento em Ciências da Educação). Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2018.

PROST, Alan. **Doze leçons sur l'histoire**. Paris: Éditions du Seuil, 1996.

SHULMAN, Lee. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, Harvard, v. 57, p. 1-22, 1987.

SIERPINSKA, Anna; KILPATRICK, Jeremy. Continuing the search. In: SIERPINSKA, Anna; KILPATRICK, Jeremy (Ed.). **Mathematics Education as a research domain: a search for identity**. Dordrecht: Kluwer, 1998. v. 1, p. 527-548.

SRIRAMAN, B.; ENGLISH, Lynn (Ed.). **Theories of Mathematics Education: Seeking New Frontiers**. Londres: Springer, 2010.

STEINER, Hans-Georg; BALACHEFF, Nicholas; MASON, John; STEINBRING, H.; STEFFE, Les; BROUSSEAU, Guy; CHRISTIANSEN, Bent (Ed.). **Theory of**

Mathematics Education (TME). Bielefeld: Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld, 1984.

VALENTE, Wagner. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. **REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 2, n. 2, p. 28-42, 2007. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12990>>. Acesso em: 3 mar. 2016.

VIÑAO, Antonio. La Historia de las disciplinas escolares. **Historia de la Educación: Revista interuniversitaria**, v. 25, p. 243-269, 2006. Disponível em: <<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2371587>>. Acesso em: 2 jun. 2015.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Cecília Monteiro e ao Rui Candeias os comentários a uma versão preliminar deste artigo.