

INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA COM O USO DA ASTRONOMIA^{1,2}

PEDAGOGICAL INTERVENTION FOR TEACHING TRIGONOMETRY WITH THE USE OF ASTRONOMY

Tiago Wesley de Jesus Machadoⁱ

Silvio Cesar Garcia Granjaⁱⁱ

RESUMO: Este trabalho apresenta resultados de uma pesquisa de natureza quanti-qualitativa, derivada de um estudo de mestrado, sobre o uso de uma intervenção pedagógica nas aulas de matemática com o uso da Astronomia como recurso didático no ensino-aprendizagem no conteúdo de Trigonometria no Triângulo Retângulo. A pesquisa foi realizada com alunos do Ensino Médio da Escola Estadual Militar Tiradentes, em Lucas do Rio Verde (MT), se propôs a avaliar a proficiência desses conteúdos utilizando instrumentos avaliativos baseados em pré-teste, intervenção didática e pós-teste, e de analisar a importância da astronomia como temática articuladora e motivadora no ensino de matemática. A análise, baseada na Teoria da Resposta ao Item, sugere melhora na proficiência dos estudantes, além de ter proporcionado aproximações sociais de forma colaborativa e a troca de conhecimento, indicando que esta abordagem por si só causou maior disposição e motivação no ensino da Trigonometria.

Palavras-chave: Educação. Ensino de Matemática. Trigonometria. Astronomia no ensino. Estudantes do Ensino Médio. Intervenção pedagógica. Avaliação educacional. Teoria da Resposta ao Item.

ABSTRACT: This study presents the results of a mixed-methods research project, derived from a master's thesis, on the use of a pedagogical

¹ Recorte da dissertação de mestrado intitulada "Matemática na Astronomia: Utilização da Paralaxe Heliocêntrica no Ensino de Trigonometria no Triângulo Retângulo".

² O conteúdo deste artigo foi parcialmente apresentado como resumo expandido no V *Simpósio de Ensino e Aprendizagem de Matemática*, acessível em <https://eventos.faeptmt.com.br/anais/v-seam/895469-matematica-na-astronomia--utilizacao-da-paralaxe-heliocentrica-no-ensino-de-trigonometria-no-triangulo-retangulo>

intervention in mathematics classes that employs Astronomy as a didactic resource in the teaching and learning of Trigonometry in right-angled triangles. The research was conducted with high school students from the Tiradentes State Military School in Lucas do Rio Verde, Mato Grosso, and aimed to assess students' proficiency in these contents through evaluative instruments based on a pre-test, a didactic intervention, and a post-test, as well as to analyze the relevance of Astronomy as an articulating and motivating theme in mathematics teaching. The analysis, grounded in Item Response Theory, suggests an improvement in students' proficiency and highlights the promotion of collaborative social interactions and knowledge exchange, indicating that this approach, in itself, fostered greater engagement and motivation in the teaching of Trigonometry.

Keywords: Education. Mathematics Teaching. Trigonometry. Astronomy in Education. High School Students. Pedagogical Intervention. Educational Assessment. Item Response Theory.

1 INTRODUÇÃO

O ensino de Trigonometria no Triângulo Retângulo é um componente fundamental do currículo da educação básica brasileira, especialmente no Ensino Médio. No entanto, a Trigonometria é frequentemente percebida como abstrata e de difícil compreensão, gerando resistência e desinteresse por parte dos estudantes (Lindegger, 2000). Para tanto, este artigo investigou estratégias didáticas voltadas ao ensino desse conteúdo de trigonometria, utilizando a Astronomia como elemento motivador associado a uma Atividade Experimental.

A proposta justifica-se pela necessidade de promover aprendizagens matemáticas mais significativas, compreendidas aqui como aquelas em que os conceitos são articulados a situações que possibilitam sua compreensão e aplicação, superando abordagens centradas exclusivamente na resolução mecânica de exercícios. A escolha da Astronomia, por sua vez, não se limita a um caráter motivacional no sentido do interesse inicial, mas constitui um contexto que favorece a contextualização conceitual da Trigonometria, permitindo a exploração de relações geométricas em situações concretas. Dessa forma, o potencial motivador da Astronomia atua como elemento complementar, enquanto a significação do conteúdo é construída pela articulação entre teoria matemática, atividade experimental e resolução de problemas.

A questão norteadora desta pesquisa pode ser assim formulada: como uma sequência didática que integra conhecimentos de Astronomia, atividades experimentais e avaliação diagnóstica baseada na Teoria da Resposta ao Item (TRI) contribui para a aprendizagem de Trigonometria no Triângulo Retângulo e para o engajamento dos estudantes?

A pesquisa foi desenvolvida em uma escola pública militar do estado de Mato Grosso, com turmas do segundo ano do Ensino Médio. Contudo, a identificação de baixa motivação dos estudantes

em relação aos conteúdos matemáticos, especialmente à Trigonometria, foi inferida a partir da observação sistemática em sala de aula, do desempenho nos pré-testes diagnósticos e dos relatos dos próprios estudantes durante as atividades iniciais da intervenção. Além da atividade experimental com Astronomia, a sequência didática incluiu aulas expositivas dialogadas, videoaulas disponibilizadas no Ambiente Virtual de Aprendizagem, resolução de problemas contextualizados e atividades de nivelamento conceitual, as quais se articularam ao objeto de estudo ao fornecer os conhecimentos matemáticos e conceituais necessários para a compreensão e aplicação da Trigonometria no Triângulo Retângulo, em consonância com a questão de pesquisa proposta.

Diante do cenário de desinteresse discente pelos conteúdos abstratos da matemática, este trabalho delimita como objeto de estudo o processo de ensino-aprendizagem da trigonometria mediado por contextos astronômicos.

O objetivo geral desta pesquisa é avaliar o impacto de uma sequência didática fundamentada na Astronomia sobre a proficiência trigonométrica de estudantes do Ensino Médio. Para alcançar tal propósito, definiram-se os seguintes objetivos específicos:

1. Desenvolver e aplicar uma sequência didática que integre conceitos de paralaxe heliocêntrica e trigonometria;
2. Construir, com os estudantes, instrumentos de medição (visor de paralaxe) para contextualizar a prática experimental;
3. Mensurar a evolução da proficiência dos participantes por meio da Teoria da Resposta ao Item (TRI), comparando desempenhos antes e após a intervenção.
4. Analisar a importância da astronomia como temática articuladora e motivadora no ensino de matemática.

Dessa maneira, este artigo apresenta os resultados de uma intervenção pedagógica que utilizou a Astronomia como temática motivadora e articuladora no ensino de matemática, em especial, tema motivador no ensino de Trigonometria no Triângulo Retângulo, associada à TRI como instrumento de diagnóstico e mensuração da proficiência dos alunos, antes e depois da aplicação da sequência didática. O estudo foi realizado com turmas do Ensino Médio da Escola Estadual Militar Tiradentes Sd PM Adriana Moraes Ramos, em Lucas do Rio Verde (MT), no ano de 2022. Foram aplicados um pré-teste (diagnóstico), uma intervenção didática e um pós-teste, com o objetivo de analisar avanços na aprendizagem. A avaliação da proficiência foi feita por meio da Teoria da Resposta ao Item, considerando os conhecimentos de Trigonometria no Triângulo Retângulo. A intervenção incluiu uma "Atividade Experimental" envolvendo a construção e o uso de um visor de paralaxe, que permitiu estimar distâncias inacessíveis com base na semelhança de triângulos, articulando teoria e prática no ensino da Trigonometria.

A pesquisa deriva do trabalho de mestrado intitulado "Matemática na Astronomia: Utilização da Paralaxe Heliocêntrica no Ensino de Trigonometria no Triângulo Retângulo" (Machado, 2023a) e é apoiado pelos recursos educacionais produzidos: "Visor de Paralaxe" (Machado; Granja, 2023) e o "Visor de Paralaxe: vídeo instrucional de construção" (Machado, 2023b).

2 DESENVOLVIMENTO

Nesta seção, são apresentados os fundamentos teóricos que embasaram a proposta de intervenção pedagógica e a metodologia adotada para sua aplicação e avaliação. O objetivo é evidenciar as bases conceituais e os procedimentos utilizados para analisar a proficiência dos estudantes com a aplicação de testes, sequência didática e atividades de construção de instrumentos de medição.

2.1 Referencial Teórico

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) propõe que o professor de Matemática utilize estratégias diferenciadas para tornar o ensino mais significativo. Entre as habilidades previstas, destaca-se a resolução de problemas envolvendo triângulos e a aplicação das relações métricas e trigonométricas em contextos variados. A Trigonometria, especificamente no Triângulo Retângulo, deve ser abordada com foco na resolução de problemas e na contextualização (Brasil, 2018).

O uso da Astronomia, neste estudo, é assumido como uma proposta de abordagem interdisciplinar, e não como um tema transversal definido em documentos normativos. Sua utilização justifica-se pelo potencial de articulação entre conceitos matemáticos e fenômenos astronômicos, favorecendo a contextualização do ensino de Trigonometria no Triângulo Retângulo. Conceitos como paralaxe heliocêntrica e distâncias astronômicas permitem integrar conhecimentos matemáticos a situações concretas de investigação científica, contribuindo para a atribuição de significado aos conteúdos trabalhados. Nesse sentido, a literatura aponta que a contextualização com temas astronômicos pode contribuir para maior envolvimento dos estudantes e para a superação do distanciamento entre o conteúdo escolar e a realidade percebida (Miranda; Padilha; Ciani, 2013).

O instrumento avaliativo da proficiência foi embasado na Teoria da Resposta ao Item (TRI), abordagem estatística utilizada em avaliações em larga escala como o ENEM, sendo dado por:

$$P(U_{ij} = 1|x_j) = c_i + \frac{1-c_i}{1+e^{-Da_i(x_j-b_i)}} \quad (1)$$

Em que $i = 1, 2, \dots, I$, sendo I o número total de itens do instrumento avaliativo, e $j = 1, 2, \dots, n$ o número de indivíduos avaliados. A variável U_{ij} é dicotômica, assumindo o valor 1 quando o indivíduo j responde corretamente ao item i e o valor 0 quando erra ou deixa de responder. A expressão $P(U_{ij} = 1 | x_j)$ representa a probabilidade condicional de o indivíduo j acertar o item i , dado o seu nível de proficiência x_j , também denominado traço latente. (Andrade; Tavares; Valle, 2000).

Na Equação (1), o parâmetro a_i corresponde ao índice de discriminação do item i , indicando o quanto o item é capaz de diferenciar indivíduos com níveis distintos de proficiência; o parâmetro b_i representa o nível de dificuldade do item, isto é, o valor de proficiência para o qual a probabilidade de acerto é intermediária; e o parâmetro c_i refere-se à probabilidade de acerto ao acaso, especialmente relevante em itens de múltipla escolha. O parâmetro D é uma constante de escala, usualmente fixada

em 1,7, utilizada para aproximar a função logística da curva normal ogiva. Dessa forma, a função de resposta ao item modela a relação entre a proficiência do estudante e a probabilidade de acerto em cada questão, permitindo uma estimativa mais precisa da proficiência dos indivíduos avaliados. (Andrade; Tavares; Valle, 2000).

A TRI, por meio da definição $P(U_{ij})$, permite analisar não apenas o número de acertos, mas também a coerência das respostas, considerando parâmetros como dificuldade, discriminação e acerto ao acaso. Essa metodologia oferece uma estimativa mais precisa da proficiência dos estudantes, o que a torna adequada para diagnósticos educacionais em contextos escolares (Andrade; Tavares; Valle, 2000).

Na Teoria da Resposta ao Item, o traço latente (x_j) representa uma variável não observável diretamente, associada à proficiência do estudante no conteúdo avaliado, neste caso, a Trigonometria no Triângulo Retângulo. Essa proficiência é inferida a partir do padrão de respostas do indivíduo aos itens do teste. Na Equação (1), os aspectos de dificuldade, discriminação e acerto ao acaso são incorporados, respectivamente, pelos parâmetros b_i , a_i e c_i , os quais influenciam a forma da função $P(U_{ij} = 1 | x_j)$, modelando a relação entre o nível de proficiência do estudante e a probabilidade de acerto em cada item. Dessa forma, a TRI permite uma análise mais refinada do desempenho, para além da simples contagem de acertos. (ANDRADE; TAVARES; VALLE, 2000).

2.2 Metodologia

Este estudo adota uma abordagem mista quanti-qualitativa, com ênfase na aplicação prática de uma sequência didática e na mensuração de seus resultados por meio de instrumentos de proficiência. Do ponto de vista quantitativo, utiliza-se o delineamento experimental de pré-teste e pós-teste analisados via TRI para mensurar o ganho de proficiência. No aspecto qualitativo, o estudo assume o caráter de Pesquisa-Ação (ou Estudo de Caso), uma vez que houve a participação ativa dos pesquisadores na elaboração e aplicação da intervenção pedagógica, observando as interações e o engajamento social dos discentes durante a atividade prática. Segundo Gerhardt e Silveira (2009, p. 34) o pesquisador:

Tenta compreender a totalidade do fenômeno, mais do que focalizar conceitos específicos;

Possui poucas ideias preconcebidas e salienta a importância das interpretações dos eventos mais do que a interpretação do pesquisador;

Coleta dados sem instrumentos formais e estruturados;

Não tenta controlar o contexto da pesquisa, e, sim, captar o contexto na totalidade;

Enfatiza o subjetivo como meio de compreender e interpretar as experiências;

Analisa as informações narradas de uma forma organizada, mas intuitiva (Gerhardt; Silveira, 2009, p. 34).

A pesquisa foi realizada com 83 estudantes do segundo ano do Ensino Médio da Escola Estadual Militar Tiradentes “Sd PM Adriana Moraes Ramos”, situada em Lucas do Rio Verde-MT.

A intervenção foi dividida em três etapas principais: (1) aplicação de avaliações diagnósticas com pré-testes com base na TRI para avaliar a proficiência inicial dos estudantes em três áreas: (1) Unidades de Medidas (i), Astronomia (ii) e Trigonometria (iii); (2) aplicação da sequência didática no Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA), com atividades teóricas e práticas, incluindo uma atividade experimental em Matemática com a construção e utilização do Visor de Paralaxe; e (3) aplicação de pós-testes com estrutura semelhante aos pré-testes para mensurar os avanços na proficiência.

A utilização do AVA justifica-se pela necessidade de ampliar o tempo e o espaço pedagógico para além da sala de aula, possibilitando que os estudantes tivessem acesso contínuo aos materiais didáticos, tais como videoaulas, textos de apoio e orientações para a realização das atividades propostas. O AVA permitiu respeitar o ritmo de aprendizagem dos estudantes, favorecendo a retomada de conteúdos fundamentais, especialmente aqueles relacionados às Unidades de Medidas, Astronomia e Trigonometria no Triângulo Retângulo, que se configuraram como pré-requisitos para o desenvolvimento da atividade experimental. Ademais, o uso do AVA contribuiu para a organização e o acompanhamento das etapas da intervenção pedagógica, bem como para o registro e envio dos relatórios produzidos pelos estudantes, assegurando maior sistematização do processo de ensino e aprendizagem e coerência com a proposta metodológica da pesquisa.

Para tanto, foi seguido o seguinte cronograma:

- 17/10/2022 - Pré-teste sobre Unidades de Medidas;
- 18/10/2022 - Pré-teste sobre Astronomia;
- 19/10/2022 - Pré-teste sobre Trigonometria no Triângulo Retângulo;
- De 20/10/2022 a 08/11/2022 - Aulas no AVA sobre Unidades de Medidas; Astronomia - astros e distâncias celestes; Trigonometria no Triângulo Retângulo;
- De 13/11/2022 a 14/11/2022 - Entrega do relatório sobre o cálculo da distância entre uma estrela e a Terra;
- 16/11/2022 - Pós-teste sobre Trigonometria no Triângulo Retângulo;
- De 16/11/2022 a 20/11/2022 - Entrega dos relatos de opinião sobre a sequência didática.

Os dados obtidos foram analisados a partir da proficiência estimada segundo os modelos dicotômicos da TRI (equação 1), sendo que os itens destes testes foram elaborados seguindo os três parâmetros a , b e c dispostos na TRI. Os critérios utilizados para estimar os valores atribuídos a estes parâmetros estão dispostos no Quadro 1 e foram escolhidos arbitrariamente pelo pesquisador para uso neste trabalho.

Os valores atribuídos aos parâmetros a , b e c foram estimados de forma prévia, com base em uma análise pedagógica dos itens do teste, realizada antes de sua aplicação aos estudantes. O parâmetro de discriminação (a) foi definido considerando o potencial de cada item em diferenciar estudantes com distintos níveis de proficiência, levando em conta a complexidade conceitual envolvida e o grau de raciocínio exigido. O parâmetro de dificuldade (b) foi estimado a partir do nível de conhecimentos matemáticos requeridos para a resolução do item, considerando aspectos como

necessidade de conversão de unidades, articulação de saberes prévios e extensão dos cálculos. Já o parâmetro de acerto ao acaso (c) foi definido de acordo com a estrutura das alternativas de cada questão, especialmente a presença de alternativas com erros de cálculo plausíveis, o que influencia a probabilidade de acerto sem domínio conceitual. Essa estratégia de atribuição buscou garantir coerência entre a natureza dos itens e os parâmetros utilizados no modelo da Teoria da Resposta ao Item.

Quadro 1 – Distribuição dos valores atribuídos aos parâmetros a , b e c nos itens dos testes aplicados.

Parâmetro	Descrição	Valor	Condição
a	Discriminação	1,25	Muito baixa
		1,50	Baixa
		1,75	Moderada
		2,00	Alta
b	Dificuldade	1	Requer conhecimento básico para saber responder, sendo que as perguntas deste nível não necessitam de conversão de unidades, outros saberes anteriores nem de conhecimentos gerais para se alcançar a resposta.
		2	Requer um conhecimento um pouco mais apurado para responder. Para que o estudante responda a estas perguntas ele deve observar detalhes das questões tais como unidades de medidas e saber que deve padronizar para responder de forma correta.
		3	Requer conhecimento aprofundado para saber responder. Estas questões, além de conter texto narrativo, requer que o estudante faça a conexão de mais saberes para que consiga responder. Além do mais, os cálculos para resolução destas questões são mais extensos, fazendo com que os estudantes tenham mais atenção na construção das respostas.
c	Acerto ao acaso	0,01	Não possui alternativas com erros de cálculo plausíveis.
		0,02	Possui 2 alternativas com erros de cálculo plausíveis.
		0,03	Possui 3 alternativas com erros de cálculo plausíveis.
		0,04	Possui 4 alternativas com erros de cálculo plausíveis.

Fonte: Os próprios autores.

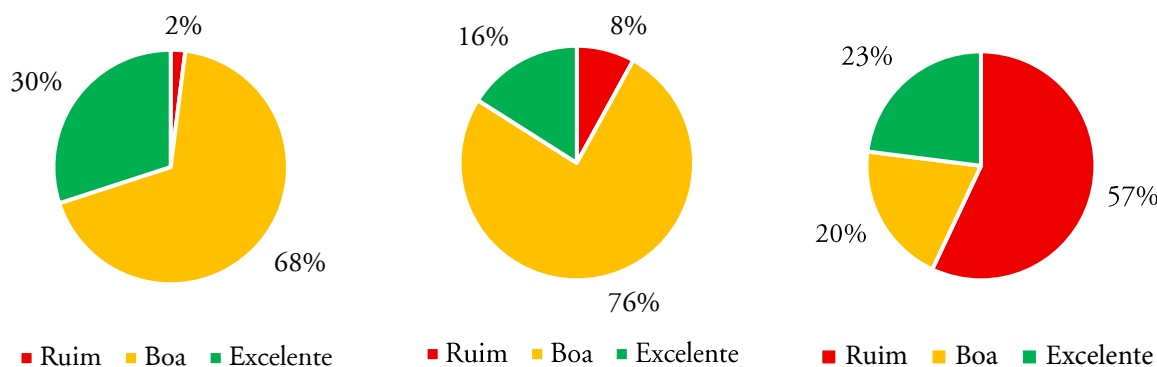
2.3 Resultados dos testes

Nesta seção foi realizada uma análise das avaliações diagnósticas pré intervenção que foram aplicadas aos estudantes. Estas avaliações foram aplicadas utilizando o Ambiente Virtual de Aprendizagem escrito no Moodle, sendo que os estudantes fizeram na presença de um dos pesquisadores desta proposta com os *Chromebooks* disponibilizados a todas as escolas estaduais do estado de Mato Grosso pela Secretaria Estadual de Educação de Mato Grosso. Os 83 estudantes foram previamente cadastrados nesta plataforma no curso “Astronomia na Matemática”, onde tiveram acesso às Avaliações Diagnósticas, materiais em texto e vídeos para nivelamento e aprofundamento dos conhecimentos necessários para o aprendizado, bem como enviar os relatórios das atividades aplicadas.

2.3.1 Proficiências dos estudantes nos Pré-testes

As proficiências dos estudantes nos Pré-testes estão descritas nos três gráficos da Figura 1, sendo o gráfico “a” relativo ao pré-teste sobre Unidades de Medidas, o gráfico “b” relativo ao pré-teste sobre Astronomia e o gráfico “c” relativo ao pré-teste sobre Trigonometria no Triângulo Retângulo.

Figura 1 - Proficiências dos estudantes nos pré-testes sobre Unidades de Medidas (a), Astronomia (b) e Trigonometria no Triângulo Retângulo (c).



Fonte: Os próprios autores

O pré-teste sobre Unidades de Medidas foi aplicado em sala de aula no dia 17 de outubro de 2022. Todos os 83 estudantes finalizaram o teste sem a possibilidade de revisão da proficiência e das questões. Os estudantes foram agrupados em três níveis de proficiência, a saber:

- Ruim: pontuação inferior a 458,31 pontos;
- Boa: pontuação entre 458,31 pontos e 665,31 pontos;
- Excelente: pontuação superior a 665,31 pontos;

Para este teste, segundo a Teoria da Resposta ao Item e utilizando a Equação (1), temos como proficiência mínima 451,2 pontos e proficiência máxima total de 855,8 pontos.

Pode-se notar na Figura 1(a) que 2% dos estudantes tiveram proficiência ruim, 68% dos estudantes tiveram boa proficiência e 30% tiveram excelente proficiência neste teste.

É importante ressaltar que dois estudantes não acertaram nenhuma questão nesse teste, o que, do ponto de vista da Teoria da Resposta ao Item, implica estimativas de proficiência associadas a valores baixos do traço latente. Esse fato não compromete a análise estatística global, uma vez que a TRI considera o padrão de respostas individuais e permite a inclusão de participantes com desempenho extremo. No entanto, tais resultados indicam a necessidade de cautela na interpretação dos dados e reforçam a importância da intervenção pedagógica como estratégia de nivelamento conceitual para esses estudantes antes da continuidade da sequência didática.

O pré-teste sobre Astronomia foi aplicado em sala de aula no dia 18 de outubro de 2022. Todos os 83 estudantes finalizaram o teste sem a possibilidade de revisão da proficiência e das questões.

Para este teste, segundo a Teoria da Resposta ao Item e utilizando a Equação (1), temos como proficiência mínima 454,2 pontos e proficiência máxima total de 860,6 pontos,

Os estudantes foram agrupados em três níveis de proficiência, a saber:

- Ruim: pontuação inferior a 460,7 pontos;
- Boa: pontuação entre 460,7 pontos e 650,1 pontos;
- Excelente: pontuação superior a 650,1 pontos;

Pode-se notar na Figura 1(b) que 8% dos estudantes tiveram proficiência ruim, 76% dos estudantes tiveram boa proficiência e 16% tiveram excelente proficiência neste teste.

Cabe destacar que sete estudantes não acertaram nenhuma questão nesse teste, o que, sob a perspectiva da Teoria da Resposta ao Item, resulta em estimativas de proficiência associadas a valores baixos do traço latente. Esse comportamento não compromete a análise estatística global, uma vez que a TRI permite a inclusão de indivíduos com desempenhos extremos na estimativa dos parâmetros e da proficiência. Contudo, a presença desses casos exige cautela na interpretação dos resultados e evidencia a necessidade de ações pedagógicas de nivelamento conceitual antes da continuidade da intervenção didática.

O pré-teste sobre Trigonometria no Triângulo Retângulo foi aplicado em sala de aula no dia 19 de outubro de 2022. Todos os 83 estudantes finalizaram o teste sem a possibilidade de revisão da proficiência e das questões.

Para este teste, segundo a Teoria da Resposta ao Item e utilizando a Equação (I), temos como proficiência mínima 455,3 pontos e proficiência máxima total de 860,3 pontos.

Os estudantes foram agrupados em três níveis de proficiência, a saber:

- Ruim: pontuação inferior a 544,11 pontos;
- Boa: pontuação entre 544,11 pontos e 604,3 pontos;
- Excelentes: pontuação superior a 604,3 pontos.

Pode-se notar, na Figura 1(c), que 57% dos estudantes tiveram proficiência ruim, 20% dos estudantes tiveram boa proficiência e 23% tiveram excelente proficiência neste teste.

Observa-se que cinco estudantes não acertaram nenhuma questão nesse teste, o que, do ponto de vista da Teoria da Resposta ao Item, implica estimativas de proficiência associadas a valores muito baixos do traço latente. Esse fato não compromete a análise estatística global, uma vez que a TRI permite a inclusão de indivíduos com desempenhos extremos na estimação da proficiência. Contudo, a presença desses casos influencia a interpretação dos resultados ao indicar heterogeneidade no grupo avaliado, justificando, além da análise geral, a realização de uma análise individual da evolução desses estudantes após a intervenção pedagógica.

Baseado na proficiência que os estudantes obtiveram nos pré-testes, foi necessário aplicar uma sequência didática para que eles pudessem ter os pré-requisitos necessários para o desenvolvimento do trabalho, tais como: conhecimento sobre Unidades de Medidas padrão, Astronomia e Razões Trigonométricas. Sendo assim, foram disponibilizadas videoaulas no AVA para que os estudantes pudessem, em casa, ter acesso a este conhecimento.

2.4 Aplicação da Sequência Didática

Aqui é o ponto fundamental na aplicação deste trabalho, uma vez que, como proposta de sequência didática, foram disponibilizados aos estudantes uma sequência de nove videoaulas de curta duração em ambiente virtual para que eles pudessem construir seu próprio conhecimento.

Dessa maneira, os estudantes acessaram estes materiais em suas casas e qualquer dúvida que perdurasse era esclarecida via mensagem de texto ou presencialmente na escola. Neste momento, alguns estudantes relataram dificuldades no acesso ao material online por diversos motivos e, como forma de sanar este problema, o material foi encaminhado por meio de mensagens de texto e, para aqueles que não possuíam meios de acesso, foi marcado outro momento, fora do horário de aula, para que estes viessem até a escola e utilizassem os recursos disponíveis guiados por um dos pesquisadores.

Além disso, sob orientação dos pesquisadores, os estudantes puderam construir um Visor de Paralaxe e utilizá-lo para medir distâncias indiretas, fazendo com que os estudantes pudessem ver na prática algo tão abstrato.

2.4.1 Construção do Visor de Paralaxe

Esta aula ocorreu no dia 09/11/2022 no laboratório de física da Escola Estadual Militar Tiradentes Soldado “Sd PM Adriana Moraes Ramos”, onde os estudantes puderam demarcar, furar e pregar os materiais. O manual para a construção do Visor de Paralaxe foi disponibilizado aos 83 estudantes no AVA, onde eles acessaram, adquiriram o material e ferramentas necessários e seguiram para a montagem, na escola, com a supervisão dos pesquisadores.

Conforme mostrado na Figura 2, os estudantes iniciaram analisando o manual de construção do Visor de Paralaxe. Cada grupo discutiu acerca dos materiais e do método de construção antes de iniciar a montagem do visor, determinando a função de cada membro durante o processo.

Figura 2 - Estudantes lendo o manual de instruções para montagem do Visor de Paralaxe



Fonte: Os próprios autores.

A Figura 3 mostra os estudantes demarcando as ripas para colocar a graduação. Na imagem à esquerda, vemos os estudantes demarcando o segmento de reta na face 40 cm de comprimento por 4 cm de largura. Na imagem à direita, os estudantes estão demarcando o segmento de reta na face 4 cm de comprimento por 1 cm de largura. Nesta última, os estudantes de forma autônoma utilizaram a bancada para firmar a régua e a ripa para uma fixação mais precisa.

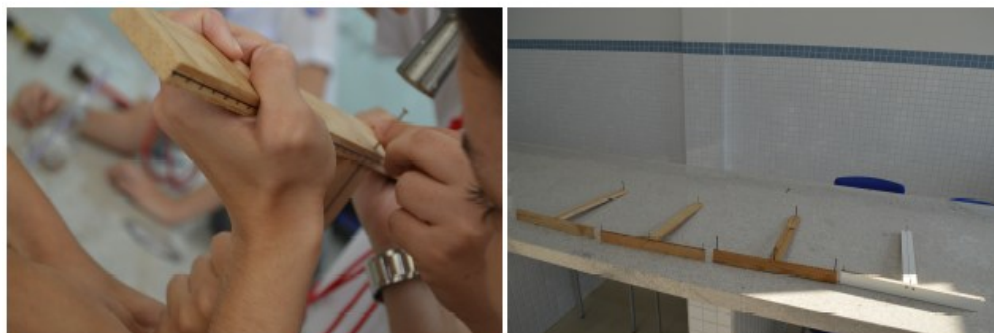
À esquerda da Figura 4 são mostrados os estudantes fixando as ripas do Visor de Paralaxe. Enquanto dois integrantes do grupo seguravam as ripas, um terceiro estudante fixava os pregos. Por fim, à direita da Figura 4 são mostrados os Visores de Paralaxe já montados.

Figura 3 - Medição e marcação das ripas para montagem do Visor de Paralaxe



Fonte: Os próprios autores.

Figura 4 - Estudantes fixando as ripas do Visor de Paralaxe à esquerda e Visores de Paralaxe montados à direita.



Fonte: Os próprios autores.

2.4.2 Medição Indireta Utilizando o Visor de Paralaxe

Após a construção dos Visores de Paralaxe os 83 estudantes, divididos em 11 grupos, foram para o pátio da Escola Estadual Militar Tiradentes “Sd PM Adriana Moraes Ramos” no dia 10/11/2023 para realizar as medições indiretas de alguns objetos próximos. Com o visor em mãos, conforme mostra a Figura 5, além de realizar as medições, os estudantes anotaram os dados e relataram as medições em relatórios entregues no Ambiente Virtual de Aprendizagem.

2.4.3 Medição da Distância entre Estrelas e a Terra Utilizando a Paralaxe Heliocêntrica

Figura 5 - Estudante realizando medição indireta com o Visor de Paralaxe



Fonte: Os próprios autores.

Somente 9 grupos fizeram esta atividade, sendo que os dois grupos restantes perderam o prazo para postar o relatório, que foi no dia 14/11/2022, não sendo contabilizado para a elaboração deste trabalho.

Como se pode observar no relato dos estudantes, eles utilizaram dois pontos de translação terrestre e conseguiram fazer a triangulação correta da estrela, fazendo com que realizassem os cálculos de forma correta, conforme apresentado por AstroBioFísica (2021), o que fez com que chegassem à distância correta entre a estrela e a Terra, concluindo com êxito a atividade proposta, conforme observado na Figura 6.

Como uma aplicação direta da Trigonometria, foram disponibilizados aos grupos dados de algumas estrelas para a realização de cálculos baseados no método da paralaxe heliocêntrica, o qual consiste na determinação de distâncias astronômicas a partir da variação aparente da posição de uma estrela quando observada de dois pontos distintos da órbita terrestre, separados por aproximadamente seis meses. Esse método permite a construção de um triângulo retângulo, no qual as relações trigonométricas são empregadas para estimar a distância entre a Terra e a estrela observada, conforme a abordagem clássica descrita na literatura especializada (AstroBiofísica, 2021). Com estes dados, os estudantes puderam calcular a distância entre estas estrelas e a Terra utilizando o método da Paralaxe Heliocêntrica. Os estudantes, nesta etapa, demonstraram uma grande autonomia na realização da tarefa, buscando mais informações na literatura a fim de compreender o processo no qual é desenvolvido o cálculo. Após os cálculos, os estudantes relataram a experiência e postaram no AVA. A seguir citamos o relatório do grupo 3:

Antes de começarmos a fazer os cálculos, fizemos um desenho para ficar melhor a visualização. Após terminarmos a representação observamos que havia formado um triângulo retângulo, o qual poderíamos utilizar as relações trigonométricas para descobrir a distância da Terra e o ângulo de paralaxe.

Para começarmos, escolhemos descobrir primeiro o ângulo de paralaxe depois a distância da Terra.

Para descobrir o ângulo de paralaxe utilizamos a distância do Sol com a estrela, e a distância do Sol com a Terra. Essa relação pode ser vista como uma tangente, pois tínhamos a distância do Sol com a Estrela sendo o cateto adjacente e a distância do Sol com a Terra sendo o cateto oposto.

Então assim fizemos, montamos uma equação sendo tangente de α igual a cateto oposto, Sol e Terra, dividido por cateto adjacente, Sol e estrela.

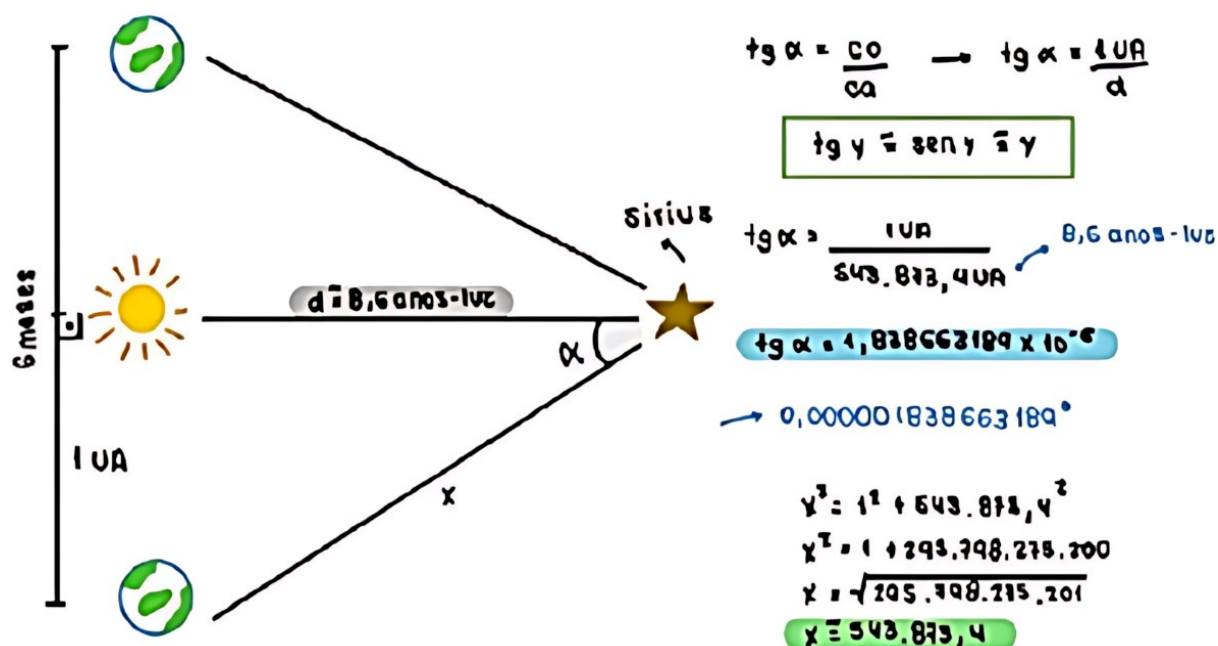
O valor do cateto oposto seria 1UA, e o valor do cateto adjacente seria a 8,6 anos-luz, porém, convertendo para unidades astronômicas, ficaria 543873UA. Realizando a divisão chegamos em um resultado de $1,83863189 \times 10^{-6}$, ou seja, 0,000001838663189.

Então, concluímos que descobrimos o valor do ângulo de paralaxe através da tangente, e de uma relação dita no último vídeo passado pelo professor Tiago, a qual diz que, em situações de ângulos muito pequenos, o valor da tangente do ângulo é, aproximadamente o valor seno do ângulo, e esse é, aproximadamente o valor do ângulo.

Nesse momento, nos faltava apenas a distância entre a Terra e a estrela. Como já tínhamos o valor de dois lados do triângulo retângulo, utilizamos o Teorema de Pitágoras, pois assim facilitaria na descoberta do valor do terceiro lado, hipotenusa.

Fizemos então, x ao quadrado, igual a 1 ao quadrado e 543.873,4 ao quadrado, todas essas medidas em unidades astronômicas (UA). Após desenvolver o cálculo chegamos em um resultado de, aproximadamente, 543873,4, essa seria então a distância entre a Terra e a estrela Sirius.

Figura 6 - Esquema feito pelo grupo 3 antes do cálculo da distância da estrela Sirius.



Fonte: Os próprios autores.

Nota-se, ainda, que o grupo de estudantes desenhou o problema a mão para que pudessem visualizar a melhor forma de resolução. Isto demonstra a evolução do grupo na resolução de problemas.

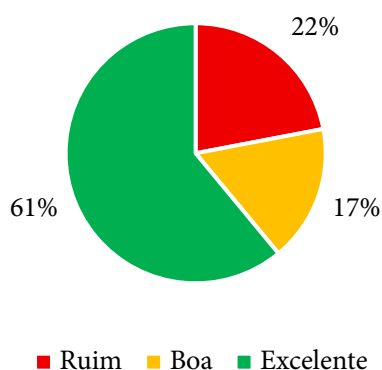
2.4 Pós-teste sobre Trigonometria no Triângulo Retângulo

Este teste foi aplicado em sala de aula no dia 16 de novembro de 2022. Da mesma forma que foi feito no pré-teste sobre Trigonometria no Triângulo Retângulo, os estudantes foram agrupados em três níveis de proficiência, a saber:

- Ruim: pontuação inferior a 544,11 pontos;
- Boa: pontuação entre 544,11 pontos e 604,3 pontos;
- Excelentes: pontuação superior a 604,3 pontos.

Todos os 83 estudantes finalizaram o teste sem a possibilidade de revisão da proficiência e das questões. Pode-se notar na Figura 7 que 22% dos estudantes tiveram proficiência ruim, 17% dos estudantes tiveram boa proficiência e 61% tiveram excelente proficiência neste teste.

Figura 7 - Nível de proficiência dos estudantes em Trigonometria no Triângulo Retângulo no pós-teste.



Fonte: Os próprios autores.

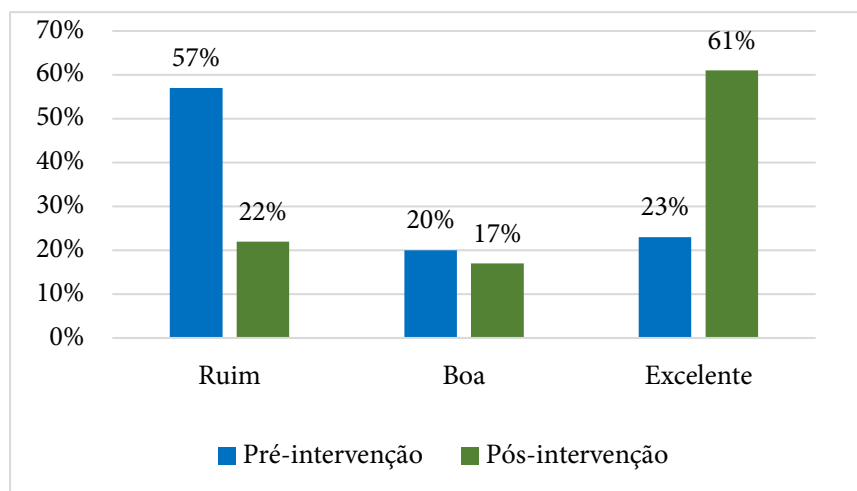
Considera-se, entretanto, que o fato de o pós-teste utilizar os mesmos itens do pré-teste constitui uma limitação metodológica do estudo, uma vez que não se pode descartar a possibilidade de familiarização com as questões e de troca de informações entre os estudantes no intervalo entre as aplicações. Tal condição pode ter influenciado o desempenho observado no pós-teste, independentemente da intervenção pedagógica realizada. Assim, os resultados devem ser interpretados com cautela, sendo compreendidos não como evidência causal direta da intervenção sobre a aprendizagem, mas como indicativos de mudanças no desempenho associadas ao conjunto de experiências formativas vivenciadas pelos estudantes ao longo do processo.

Neste teste final, nenhum estudante obteve proficiência de 455,3 pontos, isto é, nenhum estudante errou todas as questões do teste.

Quando se faz um comparativo com o mesmo teste aplicado antes da intervenção, pode-se notar uma melhora significativa na proficiência dos estudantes em Trigonometria no Triângulo Retângulo, conforme mostrado na Figura 8.

Como pode ser observado antes da intervenção, 57% dos estudantes tinham proficiência que consideramos ruim em Trigonometria no Triângulo Retângulo, sendo que este número caiu para 22% após a aplicação da sequência didática proposta. Pode-se observar, ainda, que 43% dos estudantes tinham proficiência boa ou excelente antes da aplicação da sequência didática, sendo que este número aumentou para 78% em relação ao pré-teste sobre Trigonometria no Triângulo Retângulo, o que demonstra uma melhora da proficiência dos estudantes após a aplicação da sequência didática.

Figura 8 - Comparativo do nível de proficiência dos estudantes em Trigonometria no Triângulo Retângulo pré-teste e pós-teste.



Fonte: Os próprios autores.

Considerando especificamente os cinco estudantes que não obtiveram acertos no pré-teste de Trigonometria no Triângulo Retângulo, observou-se, no pós-teste, que dois permaneceram com proficiência classificada como ruim, alcançando 516,2 e 523 pontos, respectivamente; um estudante atingiu proficiência considerada boa, com 583,2 pontos; e dois estudantes alcançaram proficiência excelente, com 696,4 e 766 pontos. Os demais estudantes da amostra distribuíram-se nas categorias de proficiência conforme apresentado na Figura 8, que sintetiza a análise global dos resultados.

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A forma na qual os conceitos matemáticos são abordados pelo docente em sala de aula influencia diretamente a motivação dos estudantes (Ausubel, 2003) em querer aprender e internalizar as habilidades necessárias para a resolução de problemas. Encontrar um contexto no qual esses conceitos podem ser aplicados e ainda ative a curiosidade da maioria dos estudantes não é uma tarefa fácil para o docente, sendo assim, este trabalho se aventurou na elaboração de uma sequência didática onde se utiliza a Astronomia como agente motivador no ensino de Trigonometria no Triângulo Retângulo, uma vez que a Astronomia é um tema que chama a atenção da humanidade há milênios. Para tanto, foi necessário realizar um levantamento da forma que a Trigonometria no Triângulo Retângulo é abordada na educação básica e pôde-se observar, nos materiais utilizados na Escola Estadual Militar Tiradentes “Sd PM Adriana Moraes Ramos”, a falta de um agente motivador mais eficaz na introdução à Trigonometria.

Neste trabalho, apesar de mostrar um aumento no nível de proficiência dos estudantes em Trigonometria no Triângulo Retângulo, foi observado, nos depoimentos dos estudantes, que uma pequena porcentagem não aprovou a abordagem que foi utilizada por não gostar de Trigonometria no Triângulo Retângulo ou, até mesmo, por não gostar dos conceitos de Astronomia, sendo necessário

que se busque outros meios para que os motive mais a desenvolver estas habilidades. Considera-se, entretanto, que a motivação para a aprendizagem é um fator subjetivo, influenciado por interesses, experiências prévias e afinidades individuais dos estudantes. Nesse sentido, a atividade proposta configura-se como uma possibilidade de abordagem didática, com suas limitações, mas que busca romper com uma perspectiva excessivamente tecnicista comumente atribuída ao ensino da Trigonometria no Triângulo Retângulo, ao favorecer a contextualização e a articulação entre teoria e prática.

Pôde-se observar, também, que a maioria dos estudantes respondeu de forma positiva à aplicação da sequência didática. Nesse sentido, os resultados obtidos permitem retomar a questão norteadora apresentada na introdução, indicando que é possível integrar conceitos de Astronomia ao ensino de Trigonometria no Triângulo Retângulo como uma estratégia pedagógica que contribui para a aprendizagem do conteúdo, conforme evidenciado pelo aumento da proficiência dos estudantes após a intervenção.

É importante ressaltar que esta é uma proposta de contextualização para motivar os estudantes como muitas outras que existem atualmente. Faz-se necessário que o docente encontre formas de motivar a maior parte dos estudantes a aprender as habilidades matemáticas que devem ser desenvolvidas ao longo da educação básica.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, D. F. de; TAVARES, H. R.; VALLE, R. da C. Teoria da resposta ao item: conceitos e aplicações. 1. ed. Campinas, SP: SINAPE, 2000. Volume único.
- ASTROBIOFÍSICA, A. A paralaxe trigonométrica – Medindo distâncias na astronomia – Astronomia em grau olímpico [vídeo]. Youtube, 2021. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=veuYKFWFETA&t=2s> . Acesso em: 30 out. 2022.
- AUSUBEL, D. P. Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2003.
- BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 5 out. 2022.
- GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. Métodos de pesquisa. 1. ed. Porto Alegre, RS: Editora UFRGS, 2009. Volume único. ISBN 9788538600718.
- LINDEGGER, L. R. de M. Construindo os conceitos básicos da trigonometria no triângulo retângulo: uma proposta a partir da manipulação de modelos. 2000. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC-SP, São Paulo, 2000. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Dissertacao_Lindegger.pdf. Acesso em: 5 dez. 2022.
- MACHADO, T. W. J. Matemática na astronomia: utilização da paralaxe heliocêntrica no ensino de trigonometria no triângulo retângulo. 2023. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) –

UNEMAT, Sinop, MT, 2023a. Disponível em: <https://profmat-sbm.org.br/dissertacoes/?aluno=tiago+wesley+de+jesus+machado&titulo=&polo=>. Acesso em: 29 maio 2025a.

MACHADO, T. W. J. Visor de paralaxe: vídeo instrucional de construção. Portal EDUCAPES. Disponível em: <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/743617>. Acesso em: 29 maio 2025b.

MACHADO, T. W. J.; GRANJA, S.C.G. Visor de paralaxe: fundamentos, aplicações, construção e medição. 1. ed. Sinop, MT: Dos Autores, 2023. Volume único. ISBN 978-65-00-61694-1.

MIRANDA, S. M. C.; PADILHA, S. L.; CIANI, A. B. Trigonometria, cálculo, ensino e aprendizagem. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. Anais [...]. Curitiba: SBEM, 2013. p. 1–8. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/dezembro2013/matematica_artigos/artigo_miranda_padilha_ciani.pdf. Acesso em: 1 set. 2022.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos à Escola Estadual Militar Tiradentes “Sd PM Adriana Moraes Ramos” pelo apoio à pesquisa, aos estudantes participantes.

Recebido em: 31 de julho de 2025.

Aprovado em: 2 de dezembro de 2025.

DOI: <https://doi.org/10.30681/repr.v16i3.14015>

ⁱ Tiago Wesley de Jesus Machado. Secretaria de Estado de Educação de Mato Grosso, Escola Estadual Militar Dom Pedro II Presidente Médici, Cuiabá, MT.

Curriculum Lattes: <http://lattes.cnpq.br/5110604902944656>

ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-3593-1639>

E-mail: tiago.machado@edu.mt.gov.br

ⁱⁱ Silvio Cesar Garcia Granja. Possui graduação em Física - Bacharelado pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (1995), mestrado em Física pela Universidade de São Paulo (1998) e doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (2015). Atualmente é Professor Adjunto da Universidade do Estado de Mato Grosso. Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade do Estado de Mato Grosso, Sinop, MT.

Curriculum Lattes: <http://lattes.cnpq.br/7153734663626313>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0623-7709>

E-mail: silvio.granja@unemat.br