



UM ESTUDO DE FUNÇÕES POLINOMIAIS DE 1º E 2º GRAUS EM AMBIENTE INFORMATIZADO¹

João Batista Silva Caires*

Jorge Costa do Nascimento**

RESUMO

Neste artigo pretende-se relatar as investigações realizadas sobre o ensino-aprendizagem de funções polinomiais do primeiro e do segundo graus com o uso do computador. O conteúdo de funções tem importância nos estudos em Matemática, pois aparece em todos os níveis de ensino da educação básica, tanto no segundo segmento do ensino fundamental, quanto e principalmente no ensino médio. Para alcançar os objetivos que tinham como foco principal analisar como se dava a aprendizagem de funções em ambientes informatizados e, como foco secundário, verificar como estudantes construíam o conceito de funções, utilizando interpretação de gráficos em ambientes informatizados e, também, verificar se esses estudantes conseguem aplicar os conceitos aprendidos na resolução de atividades no computador. A pesquisa teve abordagem qualitativa, com metodologia da pesquisa-ação, realizada como estudo de caso em uma turma com dezenove alunos, desenvolvidas em cinco aulas de cinquenta minutos, no Laboratório de Informática de uma Escola Pública Estadual Baiana, na cidade de Jequié. Os dados foram complementados com entrevistas realizadas com dois alunos da turma pesquisada e dois professores de matemática da escola. Com os resultados percebeu-se que as atividades de ensino associadas ao uso do computador propiciaram a construção de conceitos sobre função, pelos discentes, e que houve melhoria perceptível na aprendizagem das funções trabalhadas, tanto que despertou o interesse de professores de matemática da escola em utilizar o laboratório de informática em suas aulas.

¹ Artigo apresentado como Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) do Curso de Licenciatura em Matemática com Enfoque em Informática, da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), *campus* de Jequié, em 2008, sob a orientação do professor Doutor Jorge Costa do Nascimento.

* Graduado em Licenciatura em Matemática com Enfoque em Informática pela UESB - Jequié.

** Professor Doutor, Classe Titular, do Departamento de Química e Exatas – UESB – *campus* de Jequié.

Palavras-chave: Matemática. Educação Matemática. Função. Informática.

1 INTRODUÇÃO

As ideias sobre funções percorrem o conhecimento escolar desde as primeiras noções de proporcionalidade nas séries iniciais do Ensino Fundamental, na Educação Básica, até o ensino de Cálculo Diferencial e Integral, na Universidade. Funções estão entre as mais poderosas e úteis noções em toda a matemática e inclusive em várias outras ciências. O impacto da tecnologia, sobre a maneira como as funções matemáticas são representadas, está conduzindo educadores matemáticos a repensarem o modo como as funções são ensinadas na escola.

A experiência de ter cursado quatro disciplinas de estágio, na educação básica, nos ajudou a perceber que tanto os (as) alunos (as) das séries finais do Ensino Fundamental quanto os (as) do Ensino Médio têm igualmente dificuldades para a aprendizagem de funções. Diante disso, formulou-se as seguintes perguntas: Qual é a melhor metodologia para se ensinar matemática? Será que existe algum método a ser utilizado que facilite a aprendizagem do conteúdo funções? Existem ferramentas que possam ser utilizadas para possibilitar a aprendizagem desse conteúdo? Qual a contribuição da informática para a educação matemática?

Na condição de integrantes do Curso de Licenciatura em Matemática com Enfoque em Informática da UESB, vimos a necessidade de buscar e conhecer uma metodologia que permitisse ao professor criar um ambiente que possibilitasse aos estudantes da Educação Básica a aprendizagem deste e de outros conteúdos de matemática.

Autores como Gravina e Santarosa (1998), Coscarelli (1998) e Borba (1997) apresentam abordagens teóricas a respeito do uso de tecnologias no ensino de matemática, entretanto, pouco se tem comprovado em termos de eficiência desta metodologia em situação de ensino e aprendizagem. Mesmo com a existência de estudos abordando o uso de tecnologias de última geração na sala de aula, conseguimos observar em nossa cidade, escolas com laboratórios de informática que ficam fechados praticamente o ano inteiro, deixando de oportunizar aos alunos, que vêem ou não e/ou usam ou não o computador no seu cotidiano, aprenderem ou melhorarem suas habilidades cognitivas.

As novas tecnologias têm a sua importância para o meio social e acadêmico, porque estimulam a busca de mais informação e a possibilidade de se estabelecer um maior número de relações entre as informações, incluindo-se aí as que são veiculadas na sala de aula.

Neste estudo foram elencados como objetivo principal: Analisar como se dá a aprendizagem de funções em ambientes informatizados. E como objetivos secundários: verificar como os estudantes constroem o conceito de funções, utilizando interpretação de gráficos, em ambiente informatizado; e, verificar se esses estudantes conseguem aplicar os conceitos aprendidos na resolução de atividades no computador.

A preocupação com o emprego das tecnologias de informação e comunicação na educação é uma realidade e, por isso mesmo, aparece enfatizada nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM), podendo-se ler que:

O impacto da tecnologia na vida de cada indivíduo vai exigir competências que vão além do simples lidar com a máquina. A velocidade do surgimento e renovação de saberes e de formas de fazer em todas as atividades humanas tornarão rapidamente ultrapassadas a maior parte das competências adquiridas por uma pessoa ao início de sua vida profissional. (BRASIL, 1999, p.83).

Como suporte teórico da pesquisa utilizou-se fontes da educação matemática e da educação matemática com informática, tais como: Borba (1997), Coscarelli (1998), Borba e Penteado (2005), Gravina e Santarosa (1998) e Valente (2004). Além de documentos oficiais como LDB, PCNEM, Orientações curriculares para o Ensino Médio, e, como suporte teórico para análise dos resultados da pesquisa, o site do Programa Nacional de Informática na Educação (PROINFO).

2 CONTEXTUALIZAÇÃO HISTÓRICA DA INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO

Desde a década de cinquenta que há preocupação em utilizar o computador como instrumento de ensino aprendizagem (VALENTE, 1997). A primeira tentativa veio com a máquina de ensinar de Skinner², que não se destinava a mudar a forma de ensino e sim de enfatizar operações mentais e complexas, postas em ação pelo aprendiz no momento que este era confrontado com uma tarefa complexa, e do domínio final que faz delas em virtude do reforço e do comportamento elementar. Ou seja, a pretensão com o uso da máquina não era com a construção do conhecimento e sim com a resposta dada pelo aprendiz, isto é, o progresso sistemático na formação de capacidades superiores, tendo como base as destrezas intelectuais já possuídas por ele.

² Burrhus Frederic Skinner (1904 – 1990), psicólogo norte-americano e um dos maiores representantes do behaviorismo ou comportamentalismo, corrente que dominou o pensamento e a prática da psicologia até 1950 em escolas e consultórios. (Biblioteca virtual PUC Minas).

No fim dos anos sessenta foram criados alguns programas para computadores para ensinar, idealizados na metodologia da máquina de ensinar de Skinner. Em 1967, por exemplo, foi criado o programa Logo, “A linguagem Logo foi desenvolvida em 1967, tendo como base a teoria de Piaget e algumas idéias da Inteligência Artificial” (PAPERT apud VALENTE, 1997, p.15). Contudo, mesmo com a criação de softwares educacionais não houve uma grande repercussão no ensino, porque neste período os computadores eram de porte médio e grande, restritos às universidades, dificultando sua utilização pelo ensino básico.

Com o passar do tempo, surge no início da década de 80 o micro-computador, que possibilitou a redução de custo e tamanho das máquinas, facilitando sua utilização também em escolas do ensino básico. O Logo, que surgiu nos anos sessenta, e estava restrito às universidades, devido ao tamanho dos computadores, passou a ser usado em escolas, por que era o principal programa educacional da época.

O programa Logo,

Na verdade, foi à única alternativa que surgiu para o uso do computador na Educação com uma fundamentação teórica diferente, passível de ser usado em diversos domínios do conhecimento e com muitos casos documentados, que mostravam a sua eficácia como meio para a construção do conhecimento por intermédio do seu uso. (VALENTE, 1997, p. 15).

Nos Estados Unidos e na França, que foram os países que influenciaram diretamente o Brasil, o uso da informática na educação aconteceu de formas diferentes. No primeiro a informática foi implantada de forma livre e sem nenhum controle do governo, apenas por interesses comerciais de empresas privadas e universidades. Enquanto que no segundo houve uma preocupação do governo em preparar os docentes para essa nova era do conhecimento. Mas, mesmo assim, não havia uma garantia de que existiria uma intenção de usar o computador como ferramenta pedagógica.

Houve, naquele momento, uma preocupação muito grande de aprender a informática e não de aprender com a informática, o que levou estes países a não desenvolverem uma pedagogia própria para utilização de computadores em salas de aula, o que torna procedente a crítica feita por Valente de que:

[...] esse avanço não correspondeu às mudanças de ordem pedagógicas que essas máquinas poderiam causar na Educação. As escolas nesses países têm mais recursos e estão praticamente todas informatizadas, mas a abordagem educacional ainda é, na sua grande maioria, a tradicional. (VALENTE, 1997, p. 18).

No Brasil, apesar de já haver alguns conhecimentos de informática na educação, só a partir de 1981 houve um empenho maior das autoridades na perspectiva de se discutir o uso da informática no ensino, com a realização de dois Seminários Nacionais de Informática na Educação, na Universidade de Brasília em 1981 e outro na Universidade Federal da Bahia em 1982. O que possibilitou a implantação do projeto EDUCOM (computadores na educação), no ano de 83 pela Secretaria Especial de Informática, com suporte do MEC, que segundo Valente (1997), tinha finalidade de formar pesquisadores nas universidades e profissionais para trabalharem em escola pública. Para isso o MEC investiu na criação de centros pilotos tomando como referência as seguintes universidades: Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e Universidade Federal de Pernambuco (UFPE).

A partir do EDUCOM foram criados em 1989 os programas FORMAR I e FORMAR II, com objetivos de formar educadores capacitados em utilizar a informática na educação. Depois, em 1990, veio à criação do Programa Nacional de Informática Educativa (PRONINFE) que, segundo afirma Moraes (1993), tinha a finalidade de desenvolver a informática educativa no Brasil, dando apoio ao desenvolvimento e utilização da informática no ensino superior e no ensino básico. Através deste programa construíram-se os Centros de Informática Educativa do Ensino Superior (CIES), Centros de Informática Educativas nas Escolas Técnicas (CIET) e Centros de Informática Educativas nas Escolas Básicas (CIED), que eram centros de informática na educação, que tinham por objetivo formar educadores e promover a utilização da informática na educação por parte dos alunos da rede pública. Na Bahia também foi organizado um CIED no Colégio Estadual da Bahia – CENTRAL, com uma sala de coordenação, uma sala para secretaria, uma biblioteca, um almoxarifado e quatro laboratórios. Por fim, foi criado em 1997 o PROINFO, que até hoje cuida desta área pedagógica.

3 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM AMBIENTES INFORMATIZADOS

Atualmente, com a presença cada vez maior da informática, vem ocorrendo uma mudança de cultura na forma como a tecnologia vai invadindo o dia a dia das pessoas. É imperativo que se pense sobre a presença das novas tecnologias da informação no ambiente educacional, com a necessidade de se utilizar a informática na educação para que se possa tê-la como corriqueira nas vidas dos estudantes no ambiente escolar.

Pensando nisso, Gravina e Santarosa (1998) defendem que é possível aprender matemática utilizando recursos da informática (computador, softwares, dentre outros), aproveitando o que se tem a disposição hoje em dia e se há aspectos novos no uso desses recursos que promovam um novo significado para a interação professor-aluno-ensino e aprendizagem da matemática no ensino médio e no segundo segmento do ensino fundamental e para amplificar o cognitivo do sujeito que aprende.

Elas fazem uma abordagem construtivista, tomando a teoria cognitivista de Jean Piaget como base teórica, a qual tem “como princípio que o conhecimento é construído a partir de percepções e ações do sujeito, constantemente mediadas por estruturas mentais já construídas” ou que vai se construindo ao longo do processo. (GRAVINA; SANTAROSA, 1998, p.1)

A aprendizagem no contexto da Matemática depende de ações que permeiam “o ‘fazer matemática’: experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e enfim demonstrar” (GRAVINA; SANTAROSA, 1998, p.1). A teoria proposta por Piaget ajuda a “compreender que o pensamento matemático não é, em essência, diferente do pensamento humano mais geral, no sentido de que ambos requerem habilidades como intuição, senso comum, apreciação de regularidades, senso estético, representação, abstração e generalização, etc”. (GRAVINA; SANTAROSA, 1998, p.3). Sendo assim, os “ambientes informatizados apresentam-se como ferramentas de grande potencial frente aos obstáculos inerentes ao processo de aprendizagem”. (GRAVINA; SANTAROSA, 1998, p.8). É viabilizar aproximar o concreto do formal, segundo Gravina e Santarosa (1998)

Neste aspecto, estas autoras caracterizam os ambientes informatizados construtivistas como meios dinâmicos, meio interativo e meio para a modelagem e simulação, destacando que

as novas tecnologias oferecem instâncias físicas em que a representação passa a ter caráter dinâmico, e isto tem reflexos nos processos cognitivos, particularmente no que diz respeito às concretizações mentais. Um mesmo objeto matemático passa a ter representação mutável, diferentemente da representação estática das instâncias físicas tipo “lápiz e papel ou giz e quadro-negro”. O dinamismo é obtido através de manipulação direta sobre as representações que se apresentam na tela do computador. (GRAVINA; SANTAROSA, 1998, p. 10).

Ao passo que,

como interatividade entende-se aqui a dinâmica entre ações do aluno e reações do ambiente, e no sentido muito além daquele em que a reação do sistema é simplesmente informar sobre “acerto” ou “erro” frente à ação do aluno [...]. (GRAVINA; SANTAROSA, 1998, p. 10).

Enfatizando também que, “criar e explorar o modelo de um fenômeno é uma experiência importante no processo de aprendizagem”. (GRAVINA; SANTAROSA, 1998, p. 12).

Os ambientes informatizados construtivistas são caracterizados como meios dinâmicos onde os entes matemáticos são manipulados, chegando a uma concretização mental e harmônica dos conceitos matemáticos. São meios interativos onde há uma dinâmica entre ações do aluno e reações do ambiente e são meios para a modelagem e simulação onde pode se criar e explorar o modelo de um fenômeno que é uma experiência importante para a aprendizagem.

Ratificando o quanto “certos ambientes informatizados são ferramentas de grande potencial em projetos educativos dentro de uma perspectiva construtivista” (GRAVINA; SANTAROSA, 1998, p.21), Abrahão e Palis (2004), abordam as concepções de professores ao interpretar gráficos de funções reais produzidos em computadores e sua preparação para lidar com os erros e falsas concepções. Os autores comentam sobre as dificuldades encontradas por os professores ao utilizarem diferentes tipos de escalas na representação gráfica de funções, levando-os a reverem e reavaliarem seus conhecimentos. Para esses autores, os professores ganham tempo porque evitam fazer vários cálculos para construir gráficos no quadro, e afirmam que “o tempo de sala de aula geralmente gasto em cálculos e construção manual de gráficos pode ser usado para explorar exercícios mais complexos e mais variado”. (ABRAHÃO; PALIS, 2004, p. 35)

Já Borba e Penteado (2005) enfatizam o uso de programas que possibilitam o traçado de gráficos de funções, propiciando discussões sobre a variação dos coeficientes, inclusive referindo-se no caso da função polinomial do segundo grau e o traçado gráfico da mesma, formulação de conjecturas que levam o aluno de matemática a aprender igualmente aos alunos de outras ciências que trabalham com experimentação. Isto porque, com o uso do computador temos a possibilidade de manipular os gráficos de várias formas e rapidez.

Enfatizam inclusive a importância da investigação para a valorização do ensino de matemática, pois, para eles

[...] a importância da investigação tem sido amplamente valorizada pela comunidade de educação matemática. [...] ela ganha destaque na proposta pedagógica experimental-com-tecnologia. Porém, pode-se argumentar que da forma como está sendo apresentada, ela é bastante internalizada, ou seja, as situações investigadas fazem referência a própria matemática. (BORBA; PENTEADO, 2005, p. 41).

Por isso, nesta pesquisa buscou-se conhecer o que está acontecendo com a educação matemática em ambiente informatizado. Ilustrando um tema já conhecido, como funções, e observando que se pode ganhar uma nova perspectiva no seu ensino através do uso de computadores.

Essa forma de tratar a tecnologia está relacionada com o papel das mídias no processo de construção de conhecimento e baseia-se na perspectiva teórica utilizada para pensar a relação entre seres humanos e computador. Para Borba e Penteadó (2005), a informática ganha papel importante na educação matemática, pois com ela se pode trabalhar experimentalmente em sala de aula.

4 ASPECTOS HISTÓRICOS DO ENSINO-APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES MATEMÁTICAS

Fundamentando-se na história pode-se afirmar que

O conceito de função foi sendo desenvolvido ao longo da história, isto é, precisou-se de vários séculos para que desde as primeiras noções intuitivas, chegássemos ao complexo estudo das funções, presente em nossos dias. Possivelmente, os babilônios tinham uma idéia, não pouco vaga, de função: sabe-se de tábuas de quadrados, de cubos e de raízes quadradas utilizadas por eles na Antiguidade, principalmente no campo astronômico. (SILVA, 2010, p.21).

“Os Pitagóricos, por sua vez, estabeleceram relações entre grandezas físicas, como entre as alturas de sons e comprimentos das cordas vibrantes”. (SILVA, 2010, p.21). No que concerne à variação, Nicolas Oresme (1323-1382) estudou o movimento uniformemente acelerado representando por segmentos de reta as variações da velocidade. Com isso fez a representação “da velocidade de um móvel ao longo do tempo, utilizando um segmento horizontal e representando a velocidade em cada instante pelo comprimento de um segmento perpendicular”. (SILVA, 2010, p.22)

No século XVIII, o filósofo e matemático alemão Leibniz, segundo Boyer (1989), criou vários termos e símbolos para serem utilizados na matemática. Foi o primeiro a utilizar o termo ‘função’ que posteriormente foi marcante para a Análise Matemática. Conforme este autor, anos mais tarde, a definição de função ressurgiu com o matemático suíço Leonard Euler, que utilizou pela primeira vez a notação $f(x)$ afirmando que, “Se x é uma quantidade variável, então toda a quantidade que depende de x de qualquer maneira, ou que seja determinada por aquela, chama-se função da dita variável” (BOYER, 1989, p. 458). Hoje no conceito de função se estabelece uma relação entre dois conjuntos A e B de elementos, se e somente se

cada elemento do conjunto A, que é denominado de domínio, se relaciona com um único elemento do conjunto B, que é denominado de contradomínio.

No século XVII René Descartes foi precursor na utilização de eixos cartesianos para representar uma função. No entanto, também surgem outras significativas contribuições para o desenvolvimento de tal conceito, por exemplo, destacamos Kepler, com a descoberta das leis sobre as trajetórias planetárias, e Galileu, com o estudo da queda dos corpos e a relação entre espaço e tempo. (BOYER, 1989)

Evidencia-se também neste mesmo século as características das funções que evoluíram com a estrutura de conjuntos e das regras que as relacionavam, uma delas a característica da arbitrariedade que se refere à relação entre dois conjuntos sob a qual a função é definida e sobre os próprios conjuntos. Significa que dadas as funções estas não devem exibir nenhuma regularidade como, por exemplo, a relação entre tempo e temperatura. A natureza arbitrária de dois conjuntos significa que as funções ali representadas não se definem por um conjunto específico de objetos, e estes conjuntos por sua vez não têm que ser conjuntos numéricos. (BOYER, 1989)

Por muitos anos é ensinado aos estudantes como construir e interpretar as representações de funções, que são basicamente representações algébricas e subseqüentemente os métodos de manipulação dessas representações que são enfatizadas em muitos dos cursos de licenciatura e bacharelado em matemática, que ainda mantêm uma abordagem tradicional.

O uso da tecnologia computacional torna possível, por exemplo, lidar com funções explorando novas idéias tanto no que concerne ao currículo quanto nas práticas pedagógicas na escola. O que se exige é que o aluno consiga dominar as diferentes representações de função e possa concomitantemente utilizá-las em situações diversas, ou seja, ser capaz de ver retas no plano, na sua forma algébrica ou não, como objetos quando qualquer dessas perspectivas assim convier. Mudar para uma análise do processo, isto é, quando um valor de x induz um valor de y, se isso for apropriado.

5 METODOLOGIA

A abordagem metodológica desta pesquisa foi qualitativa, com estratégia no estudo de caso; corroborado em Marconi e Lakatos (2004) teve-se a preocupação de a partir da análise de um caso individual, explorar uma análise completa de uma unidade social.

A dinâmica do estudo foi flexível, não seguindo fases rigidamente ordenadas, sempre com a preocupação de se adaptar em virtude das circunstâncias e dinâmicas necessárias para melhorar a qualidade do estudo.

A pesquisa teve características de uma pesquisa-ação, isto por que, o pesquisador ao estar diretamente envolvido na busca da compreensão da situação de aprendizagem posta, sobre o ensino de funções, e na interação com os membros da situação investigada também era sujeito que buscava explicação destes membros, colocando-os também na situação de investigadores a buscarem a produção dos seus próprios conhecimentos e serem sujeitos desta produção.

Na condição de pesquisador desempenhou-se uma ação ativa na estruturação dos problemas encontrados, no acompanhamento e na avaliação das ações desencadeadas em função dos problemas, segundo é afirmado por Thiollent (2007).

Na delimitação do campo de pesquisa optou-se por uma escola da rede pública estadual, onde participava como estagiário. A escola pesquisada tem 1000 discentes matriculados, sendo 300 no ensino médio, dos quais, 150 destes cursando a primeira série. O desígnio de escolha desta unidade de ensino foi pela existência de laboratório de informática na escola. A classe escolhida para ser estudada foi a turma B, com 19 alunos, na qual o pesquisador atuava como estagiário.

Como procedimento metodológico utilizou-se inicialmente, levantamento bibliográfico relacionado ao tema, com a posteriormente leitura reflexiva dos textos que abordavam o assunto, trabalhando-se em seguida com a análise dos dados colhidos nas cinco aulas no laboratório de informática e em uma aula em sala de aula.

Posteriormente fez-se: aplicação de uma seqüência didática em três encontros no laboratório de informática, em cinco aulas de cinqüenta minutos; entrevista com dois discentes voluntários, após os encontros no laboratório e; entrevista com dois docentes, cujos critérios de escolhas foram: um que utiliza o laboratório de informática para ministrar aulas de matemática e o outro que não utiliza o laboratório com esta finalidade.

Além disso, fizemos também uma entrevista com a professora regente para saber dela quais conteúdos de função foram trabalhados por ela e se ela utilizou o laboratório de informática.

Por ser um estágio de docência, na turma escolhida os conteúdos teóricos de funções já haviam sido introduzidos, restando apenas as aulas de laboratório para concluir a proposta da pesquisa.

No laboratório de informática da escola, campo de estágio e da pesquisa, existiam aproximadamente 20 computadores, que deveriam suprir satisfatoriamente as necessidades dos 19 discentes que participaram da pesquisa. Como programa suporte utilizou-se o programa Kmplot, que é um software educacional matemático utilizado para plotagem de gráficos de funções, que objetiva desenhar várias funções simultaneamente e combiná-las para criar funções novas. O programa citado oferece alguns recursos numéricos e visuais como: (1) preenchimento e cálculo da área entre o traço da função e o primeiro eixo; (2) a pesquisa dos valores mínimos e máximos da função; (3) mudança dinâmica dos parâmetros da função; e, (4) o desenho das funções derivadas e integrais. Estes recursos ajudam a ensinar e a aprender a relação entre as funções matemáticas e a sua representação gráfica.

6 DISCUSSÃO DOS DADOS

6.1 DESENVOLVIMENTO DAS AULAS NO LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA

Partiu-se de uma seqüência didática que envolvia três encontros no laboratório de informática, com cinco aulas de cinquenta minutos.

O uso de diferentes esquemas se mostrou útil na assimilação de parte do conteúdo. Procurou-se através do uso do computador um novo esquema de trabalho e de representação que ajudasse aos alunos romperem a barreira que eles encontraram no momento de fazer a representação gráfica de polinômios do primeiro e do segundo grau. A utilização do computador e do software escolhido para esse trabalho possibilitou aos alunos que eles vissem o problema de uma perspectiva diferente, tais como: a definição da função; a definição dos intervalos de estudo; e a definição também dos intervalos necessários para a determinação das raízes.

No primeiro encontro no laboratório de informática foram utilizadas duas aulas de cinquenta minutos cada. Deu-se aos discentes a oportunidade para explorarem o programa Kmplot com funções polinomiais de vários graus e também algumas funções trigonométricas, com o intuito, de que os mesmos se familiarizassem com o software, o que foi fácil, pois a maioria dos alunos já tinha familiaridade com o uso do computador. Foi preciso apenas explicar-lhes como digitar os sinais das operações matemáticas e tirar as dúvidas de uns poucos alunos com menos habilidade no teclado e mouse.

Na segunda aula foi utilizada uma atividade que explorava a identificação de coordenadas de pontos, pois se percebia durante as aulas teóricas, que alguns alunos tinham

dificuldades em plotar pontos no plano cartesiano e até de construir o plano. Depois se trabalhou com alguns casos particulares da função afim, como por exemplo, a variação dos valores de uma função constante, para observar o comportamento do gráfico.

Como a atividade aplicada pedia que o aluno identificasse a existência e o valor da raiz da função; através da leitura do gráfico da função, cada aluno podia determinar o ponto onde a reta interceptava o eixo x (raiz ou zero da função), os intervalos que o programa propunha para a determinação das raízes e verificava também a interseção da reta com o eixo y (coeficiente linear da reta).

No decorrer da execução das atividades um aluno fez a seguinte afirmação “Professor, quando a função constante é zero, então todos os valores de x é raiz desta função”. Esta observação, feita naquele momento, foi possível porque a ferramenta computacional proporcionou-lhe perceber de maneira dinâmica a mudança de comportamento da função, permitindo-lhe conjecturar que quando a função constante é igual zero então suas raízes são todos os valores de ‘x’. De acordo com Borba e Penteadó, “[...] a conjectura é fruto do enfoque experimental-com-tecnologia, visto que ela surge das investigações feitas [...]”. (BORBA; PETEADO, 2004, p. 38)

Por fim estudamos a variação do coeficiente da função linear, para identificar: a raiz; decréscimo e o crescimento da função; e os valores para os quais a função era positiva ou negativa. Nesta parte da aula o mesmo aluno voltou a afirmar, que quando o coeficiente da função linear é nulo a função tem todos os valores de x como raiz.

No terceiro encontro no laboratório de informática tivemos duas aulas de cinquenta minutos cada, dos vinte computadores do laboratório apenas nove estavam funcionando e três não tinham o programa Kmpolt. O que dificultou um pouco a aula, por que tínhamos neste dia dezoito alunos no laboratório. A turma foi então dividida em grupos de três alunos por computadores, para darmos continuidade às aulas.

Neste dia trabalhamos na primeira aula com as seguintes funções afim:

$$f(x) = -2x-1; g(x) = -x + 1; h(x) = x + 2; j(x) = 2x - 1; e, i(x) = 3x - 4$$

Com estas funções, exploraram-se aspectos relacionados a crescimento e decréscimo das funções e determinação das raízes ou zeros das funções, utilizando-se as perguntas seguintes: Quando a função é crescente ou decrescente? Qual a raiz da função?

Houve uma unanimidade no reconhecimento do crescimento, do decréscimo e das raízes das funções afim dadas, por ser uma situação já formalizada, tanto que um aluno chegou a dizer: “quando ‘a’ é positivo a função é crescente e negativo a função é decrescente”. Essa parte transcorreu de maneira tranquila, já que quase todos sabiam que a

raiz da função era o ponto de interseção da reta que representa o traço da função com o eixo 'x'.

Na segunda aula trabalhamos com as funções afins:

$$f(x) = x - 1; g(x) = x + 1; h(x) = x + 2; j(x) = x - 1; e, i(x) = x - 4$$

Nesta situação, foi explorado o seguinte:

O que diferenciava os gráficos? Qual a relação entre o valor do coeficiente b com a intersecção da reta com o eixo y? Quando a função assume determinação positiva ou negativa?

Como a formalização já havia ocorrido em sala de aula, os alunos não tiveram dificuldades em responder a primeira questão, afirmando que quando variamos o coeficiente 'b' a reta varia o ponto de interseção com o eixo 'y', como respondeu uma aluna: "Quando 'b' varia, vai mudando o lugar que corta o eixo 'y'".

Porém, apesar da existência anterior da formalização de estudo do sinal da função, os discentes tiveram dificuldades em entender quando a função assume determinação positiva ou negativa. Uma aluna inquiriu: "então quando a função afim é positiva na parte que a reta está do lado de cima do eixo 'x' e negativa quando está do lado de baixo?". Entretanto esta observação ficou limitada a esta aluna.

A aula teve caráter experimental, os alunos inseriam a função no programa e analisavam os resultados, com isso pretendeu-se, conforme Gravina e Santarosa (1998), dar uma dinâmica para aula, uma vez que, os alunos podiam manipular o objeto geométrico no programa, já que as novas tecnologias oferecem estâncias físicas de caráter dinâmico, onde uma função pode ser manipulada só com a variação dos seus coeficientes e isso tem reflexos no desenvolvimento cognitivo do discente.

No último encontro no laboratório de informática tivemos uma aula de cinquenta minutos. Como o laboratório ainda apresentava o mesmo problema anterior relacionado aos computadores, ou seja, apenas nove computadores estavam funcionando e três não tinham o programa Kmpolt, foi trazido pelo pesquisador, para a aula, um programa pronto para trabalhar com gráfico utilizando o ambiente Windows. Dividida desta vez a turma em grupos de dois alunos por computador, isto permitiu que três duplas pudessem trabalhar nos computadores que tinham Windows e seis duplas nas máquinas que tinham Linux, dando uma melhor dinâmica às aulas no laboratório.

Neste dia utilizaram-se as seguintes funções polinomiais do segundo grau:

$$f(x) = -2x^2; g(x) = -x^2 + 2; h(x) = x^2 - 4; j(x) = 2x^2; i(x) = 100x^2; e, k(x) = 0,01x^2.$$

Nesta situação foram exploradas situações como semelhança entre os gráficos e raiz da função, utilizando para tal as perguntas seguintes: O que diferenciava os gráficos? Qual a raiz da função?

Inicialmente foi apresentada a forma geral da função polinomial do segundo grau, uma vez que esta não era ainda do conhecimento dos discentes. Como anteriormente, foi deixado que os alunos explorassem livremente os programas, e com isso obteve-se algumas repostas ou até mesmo perguntas para as questões propostas: “quando a é negativo a boca fica para baixo e positivo fica para cima”; “tem vezes que tem uma raiz e tem vez que tem duas”; “quando ‘ a ’ é maior a boca do gráfico fecha e quando é menor a boca abre”; “ professor tem função com mais de uma raiz?”

Nesta aula somente foram exploradas as variação do coeficiente do termo de segundo grau por que foi uma aula pequena, com um tempo de apenas cinquenta minutos, mas que facilitou a formalização da definição de função polinomial do segundo grau e do gráfico desta, para a aula seguinte, em classe.

Através da leitura do gráfico da função, cada aluno pode determinar os pontos onde a curva interceptava o eixo x (os zeros ou raízes da função) nos intervalos que o programa propõe para a determinação das raízes.

Nesta ocasião o uso do computador possibilitou ao aluno uma visualização de como deveriam ser as representações gráficas tanto de função polinomial do primeiro grau, quanto de função polinomial do segundo grau. Possibilitou também ao aluno, verificar, através dos gráficos apresentados, quais os pontos notáveis dessas funções: as raízes; o vértice; e a interseção com o eixo y . De forma prática, os softwares utilizados na aplicação dos modelos forneceram várias informações e foi possível que cada aluno tivesse, através de um novo esquema de representação, como verificar o comportamento de uma função.

Nos parágrafos a seguir apresentam-se as perguntas e os resultados das entrevistas realizadas com discentes e docentes.

6.2 ENTREVISTA COM OS DISCENTES

1) Os professores de Matemática utilizam o laboratório de informática?

(01) Aluno A: Não

(02) Aluno B: Não

2) O que você achou das aulas ministradas no laboratório de informática?

(03) Aluno A: Legal, porque a gente tem uma aprendizagem mais rápida com o computador.

2.1. Pesquisador: - Porque você acha que há uma aprendizagem mais rápida?

(04) Aluno A: Por que a gente pode mudar o gráfico como quiser.

(05) Aluno B: Legal, porque a gente aprende mais as coisas.

2.2. Pesquisador:- Porque você acha que aprende mais?

(06) Aluno B: Por que as aulas no computador a gente entende melhor as questões, por que podemos ver melhor e mexer no gráfico.

3) Você compreende melhor os assuntos dados com o suporte da informática?

(07) Aluno A: Sim.

3.1. Pesquisador: - Por quê?

(08) Aluno A: Por que no computador a gente pode perguntar pro colega do lado o que não está entendendo.

(09) Aluno B: Sim

3.2. Pesquisador: - Por quê?

(10) Aluno B: Por que, tanto como você ensina, como a gente vendo, então a gente aprende com você e com o computador, quer dizer na informática.

4) Em sua opinião quais as vantagens de trabalhar o conteúdo de funções no laboratório de informática?

(11) Aluno A: Sim

4.1. Pesquisador: Por quê?

(12) aluno A: Por que a gente pode mexer no gráfico como quiser.

(13) Aluno B: Todos

4.2. Pesquisador: Por quê?

(14) Aluno B: Por que a gente pode mexer e ver melhor os gráficos.

No processo de desenvolvimento da aula no laboratório de informática houve dois erros que impediram representar corretamente as funções polinomiais do primeiro e do segundo grau em forma de gráfico. O primeiro foi algébrico e ocorreu no momento da determinação dos valores de 'y' e o segundo foi na atribuição de valores à variável 'x', a quantidade de dados atribuídos foi insuficiente para realizar a plotagem do gráfico, sobretudo os das funções polinomiais do segundo grau.

Mas, a utilização do computador e do software escolhido para esse trabalho possibilitou aos alunos verem o problema de uma perspectiva diferente. A definição da função, as definições dos intervalos de estudo e dos intervalos necessários para a determinação das raízes, propiciou-lhes novos condicionantes, aqueles ligados ao uso da tecnologia computacional para o estudo da matemática.

Através da leitura do gráfico da função, no computador, cada aluno pode determinar os pontos de intersecção da curva com o eixo x (raízes); verificaram também a intersecção com o eixo y, nos intervalos que o programa propõe para a determinação das raízes e; o ponto que representa o vértice da função. Permitindo a alunos realizarem conjecturas.

De uma forma prática o software utilizado na aplicação do modelo pode fornecer várias informações e foi possível verificar que houve aprendizagem dos estudantes da turma pesquisada ao verificar o comportamento de uma função, através do novo esquema de representação utilizando ferramenta computacional.

Como visto na entrevista diagnóstico, os alunos consideraram que a manipulação das funções estudadas de maneira dinâmica e a visualização dos resultados delas no computador ajuda na compreensão do conteúdo. O que é afirmado por Gravina e Santarosa (1998), quando dizem que a ferramenta tecnológica ganha importância no processo de aprendizado, pois através dela, é possível ao aluno visualizar como se comporta a função dentro de um intervalo pré-estabelecido de forma clara e sem interferência do professor.

Um fato que nos chamou a atenção foi a empolgação dos alunos com o uso do computador, uma vez que, na entrevista declararam gostar de estudar no laboratório de informática. Esta empolgação é admissível, já que os entrevistados nunca haviam assistido aulas de matemática com o uso de computadores. Já os professores relataram à importância do uso da informática, no entanto, expressam que não só a informática como as outras tecnologias podem ser usadas para melhorar o ensino de matemática.

7 CONCLUSÃO

Os objetivos, que se procurava alcançar nesta pesquisa, era analisar como se dava a aprendizagem de funções em ambiente informatizado; verificar como os estudantes construíam o conceito de funções, utilizando interpretação de gráficos neste tipo de ambiente; e verificar se os estudantes pesquisados conseguiam aplicar os conceitos aprendidos na resolução de atividades no computador.

Pode-se considerar que o uso do computador possibilitou ao aluno, uma visualização de como deveriam ser as representações gráficas tanto de uma função polinomial do primeiro, como de uma função polinomial do segundo grau. Ainda verificou-se através dos gráficos apresentados, os pontos notáveis dessas funções: as raízes; vértice; e a interseção com o eixo y.

No entanto, tivemos também a oportunidade de observar que, nem sempre a utilização das novas tecnologias traz resultados satisfatórios, uma vez que, houve diversos obstáculos: 1. Obstáculo de provisionamento, relacionado à falta ou insuficiência de um equipamento, programas, instrumentos de medição, dentre outros. Neste caso, o computador como ferramenta de informação e comunicação para aprendizagem em matemática. Já que, no decorrer das aulas no laboratório de informática, houve problemas com o número de computadores, que era insuficiente para todos os discentes, alguns por estarem quebrados e outros por não terem instalados o programa de uso da pesquisa o Kmplot. Também tivemos, 2. Obstáculo material, relacionado ao uso inadequado do computador pelos alunos, principalmente no primeiro dia de aula, pois muitos deles acessaram sites de bate papo na internet. Além dos dois obstáculos citados, tivemos também, 3. Obstáculo de natureza organizacional, uma vez que, a disposição dos computadores no laboratório era confusa, já que todos os computadores ficam virados para a parede dificultando a comunicação entre professor e os alunos. Para entrar em contato com professor, o aluno tem que deixar o que estiver fazendo para ficar de frente para a sala.

O uso de diferentes esquemas se mostrou útil na assimilação de parte do conteúdo. Procurou-se através do suporte computacional, um esquema de trabalho que ajudasse aos alunos romperem a barreira da representação, que eles encontraram no momento de fazer a representação gráfica de polinômios de primeiro grau e também dos polinômios de segundo grau. Mesmo visualizando no quadro os resultados mostrados através de exemplos, há uma dificuldade apresentada pelos discentes na representação das funções afim e quadrática a partir da plotagem.

Corroborado pelo que é citado por Valente (1997), percebeu-se que para implantar o computador na educação precisamos além do computador, qualificar o professor para saber utilizá-lo no processo ensino-aprendizagem, já que o computador sozinho não funciona como instrumento de aprendizagem; precisamos de profissional de manutenção em computadores para mantê-los funcionando; e de softwares educacionais, que é a parte mais simples deste processo, pois atualmente existem vários programas educacionais gratuitos, disponíveis na internet.

Entretanto para se manter um laboratório de informática em uma escola é muito oneroso e seguindo a orientação de Borba e Penteadó (2004), poderíamos usar calculadoras gráficas para trabalhar com função, já que as mesmas são pequenas e podem ser levadas para qualquer sala de aula sem a necessidade de fazer adaptações nas instalações da escola.

A STUDY OF POLYNOMIALS FUNCTIONS OF FIRST-DEGREE AND SECOND-DEGREE IN COMPUTERIZED LOCAL ROOM

ABSTRACT³

This article will intend to relate the studies carried out about teaching-learning process of polynomial functions on first-degree and second-degree making use of computer. The function content is too important to the mathematics studies, because it appears at all teaching levels of Brazilian basic education, as much second segment of elementary school as high school. The main aim was to analyze how it has been happening the learning process of functions in computerized local room. The second aim was to check how the students construct the functions' concept using graph shapes at the computer. The third aim was to verify if those students can apply the concepts learning to solve activities with the computer. This research was qualitative treatment, with methodology of action research, it carried out

³ Revisão realizada por Kênya Karoline Ribeiro Sodr  (CRLE – Revista **Eventos Pedag gicos**).

case studies, and the sample was a class of high school with nineteen students. The research was developed during five class of mathematics with fifty minutes each one in the Informatics' Laboratory of a State Public School of Bahia, at the Jequié city. The others data of research were got from interviewees with two students of high school class observed and two mathematics teachers of that public school. It was understood about the results that the teaching activities by using computers promoted the learned concepts about function by the students of the class observed and there was better learning of the polynomial functions of first-degree and second-degree, and it stimulated mathematics' teachers of school use in their class the informatics' laboratory.

Keywords: Mathematics. Mathematics Education. Functions. Informatics.

REFERÊNCIAS

ABRAHÃO, Ana Maria Carneiro; PALIS, Gilda de La Rocque. A Questão da Escala e as Concepções de Professores ao Analisarem Gráficos de funções $f:R$ em R obtidos em calculadoras. **Revista da SBEM**, ano II, n. 16, p. 31-36, 2004.

ABREU, Kelsei de. **Uma aplicação de inteligências múltiplas no aprendizado de Matemática:** representação gráfica de funções de 1° e 2° graus. 2002. 130f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

ALUNO A. **Aluno A:** depoimento. [23 out. 2008]. Entrevistador: João Batista Silva Caires. Jequié, BA, 2008. Gravação Digital. (3 min e 12 seg). Entrevista concedida para o trabalho de conclusão de curso (TCC sobre o ensino-aprendizagem de funções polinomiais do primeiro e do segundo graus com o uso do computador).

ALUNO B. **Aluno B:** depoimento. [30 out. 2008]. Entrevistador: João Batista Silva Caires. Jequié, BA, 2008. Gravação Digital. (3 min e 20 seg). Entrevista concedida para o trabalho de conclusão de curso (TCC sobre o ensino-aprendizagem de funções polinomiais do primeiro e do segundo graus com o uso do computador).

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Mirian Godoy. **Informática e educação Matemática**. 3. ed. 1ª reimp.- Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

BOYER, Carl Benjamin.; MERZBACH, Uta C. **A History of Mathematics**. 2. ed. New York: John Wiley & Sons, 1989.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC, 1998.

_____. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Matemática**. Brasília: MEC, 2006.

GRAVINA, Maria Alice; SANTAROSA, Maria Lucila. Aprendizagem de Matemática em Ambientes informatizado. CONGRESSO IBEROAMERICANO DE INFORMÁTICA EDUCATIVA, 4., 1998, Brasília. **Anais...** Brasília, v. 1, 1998.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de Matemática elementar: conjuntos e funções**. 3. ed., v.1, São Paulo: Atual, 1990.

MARCONI, Marina de Andrade; LACKATOS, Eva Maria. **Metodologia Científica**. 4. ed., São Paulo: Atlas, 2004.

NASCIMENTO, Jorge Costa do. **O Conceito de Limite em Cálculo: obstáculos e dificuldades de aprendizagem no contexto do ensino superior de matemática**. 2003. 337f. Tese (Doutorado em Psicologia Cognitiva) – CFCH – Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

PROFESSOR 1. **Professor 1: depoimento**. [10 nov. 2008]. Entrevistador: João Batista Silva Caires. Jequié, BA, 2008. Gravação Digital. (2 min e 55 seg). Entrevista concedida para o trabalho de conclusão de curso (TCC sobre o ensino-aprendizagem de funções polinomiais do primeiro e do segundo graus com o uso do computador).

PROFESSOR 2. **Professor 2: depoimento**. [10 nov. 2008]. Entrevistador: João Batista Silva Caires. Jequié, BA, 2008. Gravação Digital. (3 min e 25 seg). Entrevista concedida para o trabalho de conclusão de curso (TCC sobre o ensino-aprendizagem de funções polinomiais do primeiro e do segundo graus com o uso do computador).

SILVA, Fernanda Laureano. **Matemática & Educação: uma proposta pedagógica no ensino do Cálculo**. Monografia (Especialização), UFMG, Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Belo Horizonte, 2010, 57 páginas. Disponível em: <http://www.mat.ufmg.br/~espec/monografias_noturna/monografia_fernanda_laureano.pdf>. Acesso em: 21 nov. 2008.

SILVA, Marcelo Carlos da. **Ensino e aprendizagem de funções: considerações sobre os parâmetros curriculares nacionais e pesquisas desenvolvidas em educação matemática**. Disponível em: <<http://www.psicologia.com.pt>>. Acesso em: 20 nov. 2008.

_____. **O conceito de funções e seu contexto histórico**. Disponível em: <<http://www.psicologia.com.pt>>. Acesso em: 21 nov. 2008.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa-ação**. 15. ed., São Paulo: Cortez, 2007.

VALENTE, José Armado et al. Informática na Educação no Brasil: análise e contextualização histórica. In: VALENTE, José Armando. (org.). **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: UNICAMP/NIED, 1999. p. 1 – 13