REP's - Revista Even. Pedagóg.
Número Regular: Formação de Professores no ensino de Ciências e Matemática
Sinop, v. 8, n. 1 (21. ed.), p. 443-468, jan./jul. 2017
ISSN 2236-3165
http://sinop.unemat.br/projetos/revista/index.php/eventos/index

ENSINO DE FÍSICA E A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: identificando problemas de aprendizagem de conteúdos matemáticos

Jean Cleber Batista Soares
Secretaria Estadual de Educação de Mato Grosso, Sinop/MT - Brasil
Eberson Paulo Trevisan
Universidade Federal de Mato Grosso, Sinop/MT - Brasil

RESUMO

Este artigo objetiva apresentar uma análise realizada a partir da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval, sobre problemas de aprendizagem matemática identificados a partir de conteúdos explorados em aulas de Física. A pesquisa ocorreu com alunos do Ensino Médio de uma escola estadual do município de Sinop. Observamos que erros frequentes em atividades nas aulas de Física, quando observados na perspectiva da teoria de Duval, podem indicar problemas de aprendizagem globais de conteúdos matemáticos, indicando a importância de discussões como esta nos cursos de formação de professores.

Palavras-chave: Registros de Representação Semiótica. Ensino de Física. Aprendizagem Matemática.

1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho busca trazer contribuições para a identificação de problemas de aprendizagem matemática em aulas de Física, utilizando-se da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS). A utilização dessa teoria no presente trabalho se justifica em parte pelas crescentes pesquisas em Educação Matemática que tem se utilizado da mesma e obtido bons resultados frente a problemas relacionados ao ensino e à aprendizagem em Matemática, como pode ser observado nas discussões de Colombo *et al.* (2008) e Brandt e Moretti (2014).

No tocante a Física, o que nos motiva é a atual configuração da grade curricular do Ensino Médio, em que as aulas de Física perderam muito espaço[1] e, consequentemente, tempo hábil para que o professor pudesse ensinar de forma plena os conceitos físicos por trás da matemática empregada na resolução de problemas de mecânica clássica. Com isso, muitas vezes, os alunos acabam respondendo de maneira mecânica, sem a devida reflexão sobre as questões, abreviando ao máximo as resoluções, pulando etapas e realizando cálculos mentais.

Esse cenário tem, muitas vezes, privilegiado o emprego mínimo de representações semióticas entre as múltiplas representações possíveis e necessárias para a aprendizagem pontuadas pela TRRS, prejudicando a abordagem matemática do problema do ponto de vista da aprendizagem, o que pode vir a comprometer a compreensão física do problema.

Nossa pesquisa tem, como sujeitos, alunos do Ensino Médio de uma escola estadual do município de Sinop. Produzimos os dados junto aos alunos a partir da aplicação de algumas atividades sobre Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV). Buscamos analisar a influência da mudança de registros de representação matemáticos nos acertos e erros dos alunos. Com a pesquisa, pudemos identificar problemas de aprendizagem matemática por trás de erros em exercícios de Física relacionados a elementos descritos pela teoria utilizada, sinalizando para problemas globais de aprendizagem matemática.

Estes resultados nos levam a refletir sobre a importância de inserir discussões sobre a TRRS em cursos de formação de professores, especialmente de Matemática e Ciências, visando contribuir com a possibilidade de dar suporte ao trabalho do futuro professor frente à identificação de problemas de aprendizagem específicos da área.

2 A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA, DE RAYMOND DUVAL

[1] Não só as aulas de Física, outras disciplinas como Matemática, Português, Biologia, etc., também perderam espaço na grade curricular. Diminuir as aulas de Matemática também traz consequências negativas para as aulas de Física.

Raymond Duval é um pesquisador francês de renome internacional que tem desenvolvido pesquisas em psicologia cognitiva desde os anos de 1970. Filósofo e psicólogo de formação, Duval desenvolveu suas pesquisas entre 1970 e 1995 no IREM[2] (Instituto de Pesquisas sobre o Ensino de Matemática) de Estrasburgo, na França, e atualmente é professor emérito em Ciências da Educação da *Université Du littoral Côte d'Opale*, localizada na cidade de *Boulogne-sur-Mer* na França.

Seus estudos têm contribuído fortemente para as pesquisas em Educação Matemática internacionalmente. Sua teoria propõe que o processo de conceituação em matemática possui relação direta com os registros de representações semióticas mobilizados pelo sujeito no processo de aprendizagem.

Para o autor, a "originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de, ao menos, dois registros de representações ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação" (DUVAL, 2003, p. 14). Segundo ele, a compreensão em matemática perpassa pela distinção entre os objetos matemáticos e suas possíveis representações. É essencial jamais confundir estes dois elementos, pois toda confusão entre o objeto e sua representação provoca, com o decorrer do tempo, uma perda de compreensão (DUVAL, 2009).

O problema é que, em matemática, os objetos estudados por essa ciência só estão acessíveis via representações. E isso nos leva a um paradoxo, chamado por Duval (2003) de paradoxo cognitivo do pensamento matemático, a saber: como não confundir um objeto de sua representação se só temos acesso a esse objeto via representações? (DUVAL, 2003).

Essa é uma das grandes particularidades da matemática frente a outras ciências. Nela só temos acesso aos objetos via suas representações semióticas, é por isso que as representações se tornam tão importantes no processo de aprendizagem em Matemática. Como a Física se utiliza muito dela para explicar os fenômenos, cremos ser importante lançar um olhar sobre as representações semióticas frente a esta ciência também. Para Duval, existem três atividades cognitivas necessárias a toda representação que devem ser permitidas por um

---

[2] Sigla abreviada da expressão original em francês: *Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques*.

sistema semiótico, para que este venha a se constituir no que o autor chama de um "Registro de Representação".

Primeiramente a possibilidade de formação, ou seja, "construir um traço ou um ajuntamento de traços perceptíveis que sejam identificáveis como uma representação de alguma coisa em um sistema determinado" (DUVAL, 2009, p. 36). Segundo, ter a possibilidade de realizar o que o autor chama de tratamentos, ou seja, a possibilidade de "transformar as representações apenas pelas regras próprias ao sistema" (DUVAL, 2009, p. 36). Neste caso, não saímos do registro de partida. Terceiro, oferecer a possibilidade de conversão entre outras representações, ou seja, "converter as representações produzidas em um sistema em representações de outro sistema, de tal maneira que estas últimas permitam explicar outras significações relativas ao que é representado" (DUVAL, 2009, p. 37).

A particularidade da Matemática e a importância dos Registros de Representação estão justamente no fato de que, quando trabalhamos com a matemática, a todo instante podemos mudar de uma representação dada em um registro para outra dada em outro registro, como o próprio Duval (2009, p.32) destaca:

> A especificidade das representações semióticas consiste em serem relativas a um sistema particular de signos, a linguagem, a escrita algébrica ou os gráficos cartesianos, e em poderem ser convertidas em representações "equivalentes" em um outro sistema semiótico, mas podendo tomar significações diferentes para o sujeito que as utiliza.

Estas duas atividades que caracterizam um registro, o tratamento e a conversão são essenciais para a aprendizagem em Matemática. Por este motivo, merecem uma atenção especial, sendo apresentadas com mais detalhe as particularidades delegadas a elas pela TRRS. Como evidenciaremos, elas se apresentam com frequência nas atividades relacionadas ao ensino de Física.

Sobre os tratamentos, o que os caracteriza é o trabalho sobre um único registro. Ou seja, quando se permanece no mesmo tipo de registro ao efetuar operações matemáticas, estamos realizando um tratamento. Por exemplo, quando resolvemos uma equação sem "sair" da representação algébrica dada inicialmente, estamos realizando um tratamento.

A Figura 1 apresenta uma transformação do tipo tratamento em um registro algébrico relacionado a um problema físico de cinemática, que também ilustra a utilização dos registros de representação na Física. A expressão apresentada na figura trata-se da função velocidade de uma partícula, dada a velocidade inicial (V0) e a velocidade (v); realizando um tratamento, obtemos o tempo (T) para o problema, porém sem sair do registro algébrico.

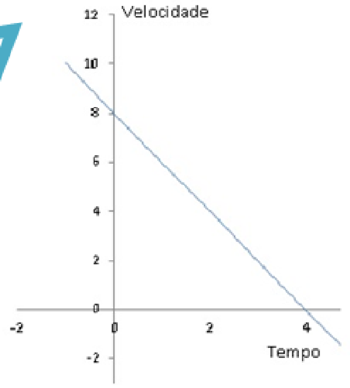
Figura 1 - Exemplo de tratamento efetuado no *registro algébrico.*

$$V = V0 + aT$$
$$20 = 10 + 2T$$
$$(20 – 10) = (10 – 10) + 2T$$
$$(10/2) = (2T/2)$$
$$T = 5$$

Fonte – Elaborada pelos autores

Quando saímos do registro inicial, ou seja, quando utilizamos uma ferramenta matemática diferenciada para lidar com a representação inicial, realizamos uma conversão, por exemplo, quando saímos do registro algébrico para o gráfico ou vice-versa. Na Figura 2, apresentamos um exemplo de conversão entre registros também fazendo uso de conteúdos físicos.

Figura 2 - Conversão de um registro em linguagem natural para um algébrico e um gráfico

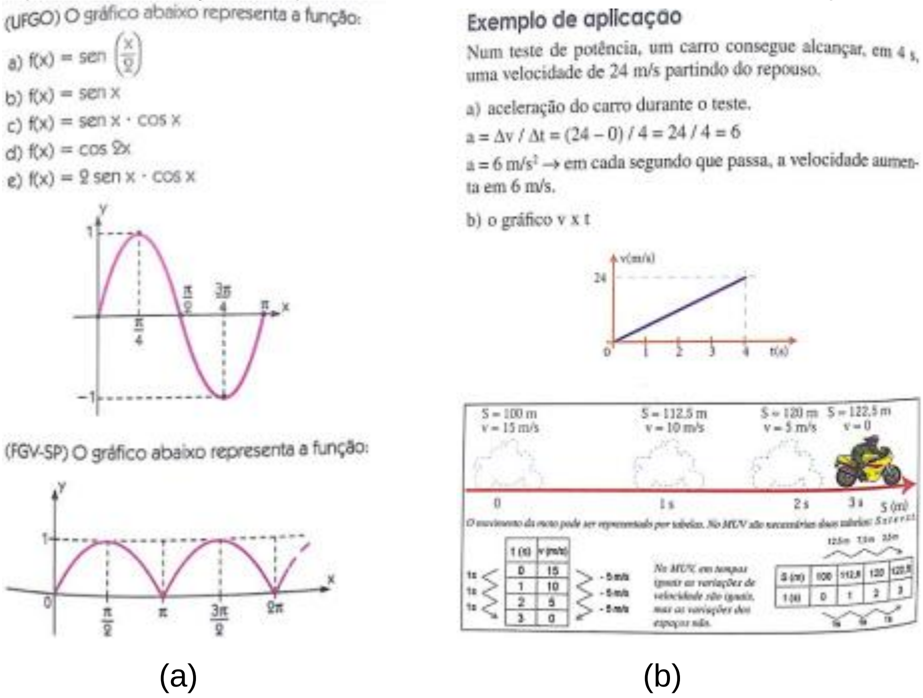
Registro em linguagem natural:	Registro Algébrico:	Registro gráfico:
Uma partícula se move com velocidade inicial de 8 m/s, durante t segundos ela desacelera a uma taxa de 2 m/s². Qual será sua velocidade final? Conversão	Conversão $V = 8 – 2t$	

Fonte: Elaborada pelos autores

No exemplo acima, temos uma conversão que é dada pela passagem do registro em linguagem natural para o algébrico e deste para o registro gráfico. Como pode ser observado, utilizamos a mesma função velocidade explorada no exemplo anterior, porém agora utilizamos três registros diferentes para representá-la. Na conversão, o conteúdo da representação de chegada suscita uma interpretação diferente da representação de partida. A conversão requer que se perceba a diferença entre a forma e o conteúdo da representação. Sem a percepção dessa diferença, a atividade de conversão torna-se impossível ou incompreensível (DUVAL, 2009).

A operação da conversão pode ser utilizada em diversas disciplinas diferentes, História, Geografia, Português, Artes, entre outras, mas é principalmente na Matemática que essa operação ganha destaque. Para se comprovar isso, basta olharmos para as páginas de um livro de Matemática: em uma mesma página, podemos facilmente encontrar vários registros de representação como: linguagem natural, linguagem algébrica, figuras geométricas, gráficos cartesianos, números e tabelas. Essa utilização de vários registros também ocorre nos livros de Física. A título de ilustração, trazemos na Figura 3 a imagem de uma parte da página de um livro didático de Matemática e de Física. Nelas temos três registros de representação diferentes: linguagem natural, gráfica e algébrica representando objetos matemáticos.

Figura 3- Mudança de registro em um livro de Matemática e Física respectivamente



(a) (b)

Fonte: (a): Livro didático de Matemática: Silva (2005, p. 129). (b): Livro didático de Física: Maia *et al.* (2013, p. 460).

A atividade de conversão, tão importante para a aprendizagem da Matemática, é influenciada, pelos chamados por Duval, de problema do sentido da conversão e de problema da variação de congruência e não congruência.

O primeiro fenômeno é a importância do sentido da conversão, já que "nem sempre a conversão se efetua quando se invertem os registros" de saída e chegada. "Geralmente no ensino um sentido de conversão é privilegiado, pela ideia de que o treinamento em um sentido estaria automaticamente treinando a conversão no outro sentido". (DUVAL, 2003, p. 20). Porém, na matemática, a todo momento, são exigidas conversões em ambos os sentidos: compreender dado objeto matemático, por exemplo, uma função, implica saber converter em ambos os sentidos, da equação (registro algébrico) para o gráfico (registro gráfico) e vice-versa.

Sobre o segundo problema, chamado de congruência, que influencia significativamente o trabalho de conversão entre duas representações, Duval (2009, p. 69) esclarece que "duas representações são congruentes quando há correspondência semântica entre suas unidades significantes, univocidade semântica terminal e mesma ordem possível de apreensão dessas unidades nas duas representações".

Assim, para analisar a atividade de conversão, basta observar o registro de partida e de chegada de uma representação, eles podem ser congruentes ou não. Se nos elementos da representação terminal temos como estabelecer relações com os elementos da representação inicial, então há relação de congruência entre as representações. A dificuldade ou facilidade de uma conversão pode estar, então, diretamente ligada ao seu grau de congruência. Duval esclarece ainda sobre o problema da congruência entre as representações que:

> Numerosas observações, por sua vez, no âmbito de experiências de laboratório e no de trabalho em classe, mostram que, se a conversão das representações é quase imediata em casos de congruência, esse não é mais o caso desde que haja não congruência entre a representação inicial e a representação convertida (DUVAL, 2009, p. 65).

A não congruência pode aumentar não só o tempo de resposta, mas também a efetiva realização da operação, bem como a compreensão. Assim desenvolver a capacidade de lidar com tais problemas é de suma importância para a compreensão matemática. Como a Física utiliza-se da linguagem matemática, acreditamos que a compreensão deste fenômeno também pode ser de grande valia na Física.

Existem alguns critérios que podem ser utilizados para analisar o grau de congruência entre registros, segundo Duval (2009):

- A possibilidade de ocorrer correspondência semântica entre os elementos significantes - consideramos unidade significante como toda unidade que se destaca do "léxico" de um registro. Essa correspondência ocorre quando as unidades de um registro podem se associar às unidades do outro registro;
- A univocidade "semântica" terminal - cada unidade significante do registro de saída corresponde a uma única unidade no registro de chegada;
- A ordem dentro da organização das unidades compondo cada uma das duas representações - esse critério é de grande importância quando comparamos frases e fórmulas literais, pois analisa a correspondência semântica segundo a mesma ordem nas duas representações.

As variações de congruência e não congruência se expressam em relações de isomorfismo entre representações em um registro e as possíveis representações em outros registros. Podemos colocar isso em três pontos: primeiro, cada registro de representação possui um funcionamento semiótico específico; segundo, é preciso desenvolver uma coordenação sinérgica com múltiplos registros para se passar de um registro ao outro; terceiro, a compreensão conceitual matemática implica a articulação de múltiplos registros, diferenciando-se das demais disciplinas (DUVAL, 2011a), como é destacado:

> Os fenômenos de não congruência são mais numerosos que os fenômenos de congruência. É isso que faz a riqueza criadora da diversidade de registros. Eles não são previsíveis, mas devem ser estudados caso a caso, para cada atividade ou cada problema que propomos (DUVAL, 2011a, p. 124).

O que temos é que estes problemas influenciam o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, ao mesmo tempo, necessitam de cuidados especiais, sendo observados em suas especificidades. Dentro do ensino de Matemática, Duval vincula dois tipos de problemas à aprendizagem a partir de sua teoria: os problemas de aprendizagem locais e os problemas de aprendizagem globais. Normalmente os problemas locais se manifestam na forma de erros triviais ligados unicamente ao problema a ser respondido, um equívoco de sinal ou um erro de tabuada são exemplos comuns deste tipo de problema, que por sua vez não denotam grandes preocupações (DUVAL, 2011a).

Os problemas de aprendizagem globais, muitas vezes, também são tidos como erros triviais, entretanto escondem dentro de si uma dificuldade mais profunda, oriunda de problemas de aprendizagem. Estes problemas geralmente estão ligados a atividades de conversão semiótica, assim são influenciados pela incompreensão de problemas de congruência.

Normalmente esse tipo de problema se apresenta na transição entre diferentes registros matemáticos, bem como nas operações de tratamento de cada um desses registros. Confundir um tratamento numérico com um tratamento algébrico é um exemplo de problema global, já que tal erro demonstra que o aluno não teve uma aprendizagem satisfatória nestes dois conteúdos.

Para o autor, aprendizagem em Matemática se caracteriza, como já destacamos, justamente pela possibilidade de sermos capazes de transitar, da maneira mais natural possível, entre as representações dos diferentes registros, pois registros diferentes oferecem possibilidades de tratamentos matemáticos diferentes.

Assim, frente a problemas estudados na Física que também se utilizam de representações diferentes, de conversões e de tratamentos matemáticos, como evidenciamos anteriormente, parece ser necessário estarmos atentos à real influência de erros causados pela incompreensão de conteúdos e aos erros causados por problemas como a falta de congruência, o que procuramos discutir no presente trabalho.

3 METODOLOGIA E DISCUSSÕES

Nossa pesquisa adotou uma metodologia de cunho qualitativo descritivo. A metodologia qualitativa apresenta grande potencial frente às pesquisas educacionais, pois trabalha mais próxima da realidade do contexto pesquisado. O embasamento teórico metodológico para a pesquisa é dado pelo trabalho de Bogdan & Biklen (1994), o qual traz as caracterizações das pesquisas qualitativas, a saber:

> 1. Na investigação qualitativa, a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; 2. A investigação qualitativa é descritiva; 3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos; 4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva; 5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa (p. 47-51).

A pesquisa ocorreu na Escola Estadual São Vicente de Paula, na cidade de Sinop. Tendo como sujeitos alunos do 2º ano que tinham acabado de revisar o conteúdo do anterior, trabalhamos com um conjunto de questões que tratava especificamente da equação da velocidade e da interpretação física que a aceleração tem dentro desse contexto de velocidade, as quais também necessitavam de algum tipo de mudança de representação semiótica.

Durante a resolução das atividades, não foi permitida consulta a qualquer tipo de material de apoio. As atividades foram selecionadas do livro didático utilizado pelos alunos na escola, coleção Ser Protagonista, 1º ano do Ensino Médio, 2ª edição. O critério de escolha das questões envolveu o grau de dificuldade das perguntas, a relação com o tema MRUV e o tipo de mudança de representação nelas envolvida. Efetuamos alterações no enunciado das atividades para aproximá-las das necessidades de coleta quanto à variação de representações matemáticas.

Selecionamos quatro atividades para compor as questões, todas retiradas do segundo capítulo do livro didático, o qual trata especificamente do MRUV. Porém, no presente artigo, apresentaremos apenas três atividades – a segunda, a terceira e a quarta – as quais julgamos mais pertinentes e significativas ao nosso foco . Durante a análise, enumeramos todas as atividades devolvidas com as respostas dos alunos, a fim de facilitar o trabalho com os dados produzidos.

A segunda atividade trouxe uma representação em linguagem natural da equação da velocidade e visava analisar a conversão da linguagem natural para a algébrica, conforme a atividade abaixo:

Figura 4 – Atividade 2 aplicada aos alunos

2) Um corpo realiza um Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV), com velocidade inicial de 8m/s e aceleração de 4m/s². Sabendo que o corpo está inicialmente na posição S_0= 60m e que o movimento é retardado, determine:

a) A equação da velocidade;
b) A velocidade do corpo no instante T= 2s;
c) A velocidade do corpo no instante T= 4s. O que esse resultado significa fisicamente?

Fonte: Adaptado de Fukui *et al.* (2013) pelos autores.

Ao analisar quantitativamente em relação aos erros e acertos, a segunda atividade nos fornece o resultado apresentado na Tabela 1.

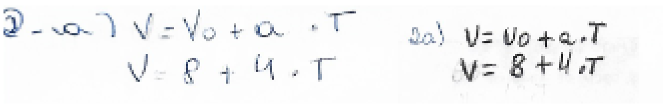
Tabela 1 - Resultados quantitativos da segunda atividade

ATIVIDADE 2		
TOTAL GERAL	19	
EM BRANCO	2	
TOTAL PARA ANÁLISE	17	
QUESTÃO A	ERROS	17
	ACERTOS	0
QUESTÃO B	ERROS	17
	ACERTOS	0
QUESTÃO C	ERROS	17
	ACERTOS	0

Fonte: Elaborada pelos autores a partir das soluções das atividades produzidas pelos alunos.

Foram entregues 19 atividades e devolvidas com respostas apenas 17, às quais nenhum aluno respondeu corretamente, como a tabela acima demonstra. Ao analisarmos mais a fundo as respostas, percebemos que a maioria dos alunos errou apenas um detalhe, a saber, o sinal da aceleração na primeira questão. O fragmento “retardado” (que denota uma “desaceleração” no movimento descrito), presente no enunciado da atividade, não tem correspondência semântica (congruência) com sua representação na linguagem algébrica, tendo um maior gasto cognitivo em sua conversão de linguagem natural para simbólica. Os alunos 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 14, 15, 16 e 17 erraram apenas este detalhe na conversão da resposta da primeira questão. Conforme as imagens a seguir mostram.

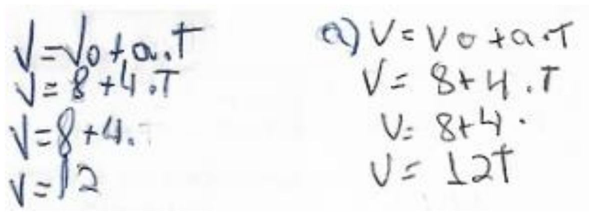
Figura 5 - Fragmentos das respostas erradas dos alunos 2 e 4



Fonte: Elaborada pelos autores a partir das soluções das atividades produzidas pelos alunos.

Como uma questão está diretamente ligada à outra, errando a anterior os alunos acabaram errando as duas outras. Os alunos 1, 12 e 13 também cometeram o mesmo erro, o "sinal da aceleração", entretanto estes também efetuaram um tratamento desnecessário na primeira questão, que pedia apenas para substituir os dados do enunciado na equação geral da velocidade e chegar a uma equação específica para o movimento descrito. Estes alunos efetuaram a substituição e, além disso, somaram os valores, chegando a um resultado arbitrário de 12 (o aluno 1 obteve 12t), sem nenhuma relação com a atividade, conforme as imagens a seguir demonstram.

Figura 6 - Fragmentos de respostas dos alunos 1 e 12

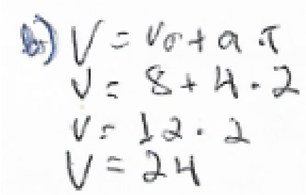


Fonte: Elaborada pelos autores a partir das soluções das atividades produzidas pelos alunos.

Interessante observar como esses erros operam em relação aos registros utilizados. Primeiro o aluno converte da linguagem natural dada no enunciado para a equação (com o equívoco do sinal), depois ele passa a não reconhecer este registro como um registro simbólico, pois utiliza um tratamento próprio do registro numérico, somar números; a variável referente ao tempo é ignorada, o tratamento do registro simbólico respeita outras regras, evidenciando assim um problema de aprendizagem global nos termos da teoria pontuada anteriormente.

Por sua vez, os alunos 1 e 10, além do erro comum a todos os outros, o sinal da aceleração, também apresentaram um equívoco no tratamento necessário para responder às demais questões da atividade, os erros destes também permitem uma interpretação semiótica. Um, ao invés de resolver primeiro a multiplicação e, por último, a soma, inverteu a ordem, chegando a um resultado equivocado. A seguir, fragmento ilustrando a resposta obtida.

Figura 7 - Fragmento de resposta do aluno 1



Fonte: Elaborada pelos autores a partir das soluções das atividades produzidas pelos alunos.

Este erro evidencia que o aluno não compreende as regras de tratamento dos registros numéricos necessários para a solução do problema. O outro aluno (aluno 10) apresentou um erro de multiplicação, afirmando que 4 vezes 4 é igual a 12. Este, sim, apenas um equívoco matemático que leva a obter um resultado equivocado para a questão, denotando um problema local.

A terceira atividade traz uma proposta de conversão do registro em linguagem natural para o registro gráfico. Temos um enunciado com alguns dados de um movimento e o intuito é, através dos dados, construir um gráfico cartesiano do movimento, como segue abaixo:

Figura 8 – Atividade 3 aplicada aos alunos

3) Um garoto em um skate está a uma velocidade de 1m/s quando inicia a descida em uma rampa. Considerando que, durante a descida, o skatista adquire uma aceleração constante de 0,5m/s², determine o gráfico VxT do movimento:

Fonte: Adaptada pelos autores de Fukui *et al.* (2013).

A análise quantitativa da terceira atividade nos forneceu os seguintes resultados:

Tabela 2 - Resultados quantitativos da terceira atividade

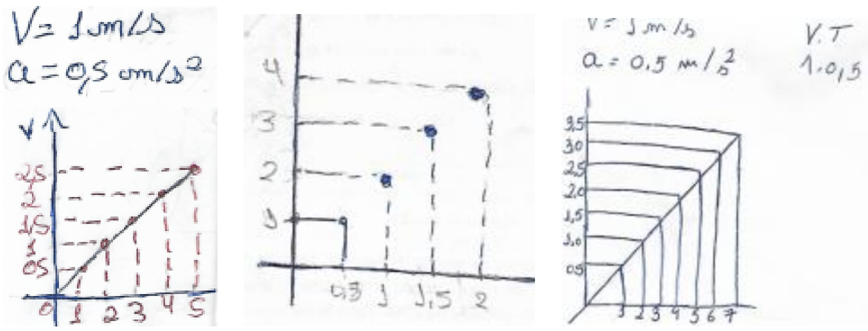
ATIVIDADE 3		
TOTAL GERAL	18	
EM BRANCO	0	
TOTAL PARA ANÁLISE	18	
RESPOSTA	ERROS	15
	ACERTOS	3

Fonte: Elaborada pelos autores a partir das soluções das atividades produzidas pelos alunos.

Nesta atividade, ficou nítida a grande dificuldade que os alunos têm com gráficos. Durante a sua aplicação, surgiram várias dúvidas por parte dos alunos, tais como: “Como montar o gráfico?”, “Qual eixo vai em cima e qual vai embaixo?”, entre outras. Estas questões não eram esperadas, pois estávamos trabalhando com alunos do segundo ano do Ensino Médio.

O resultado negativo, 15 erros contra 3 acertos, reflete perfeitamente a realidade vista na sala de aula. Porém, alguns detalhes se sobressaíram em meio a estes erros. Os alunos 1, 2, 11, 12, 13, 14, 15, 16 e 17 montaram os eixos corretamente, VxT (velocidade em função do tempo), no entanto, não converteram a linguagem natural dada no enunciado para a linguagem simbólica que poderia ser dada pela equação. Também na plotagem dos pontos, um dos eixos foi dividido em intervalos de 0,5 cm em 0,5 cm; enquanto o outro eixo foi dividido em intervalos de 1 cm em 1cm. Este fato foi provavelmente influenciado pelos dados da aceleração e velocidade apresentados no enunciado da atividade.

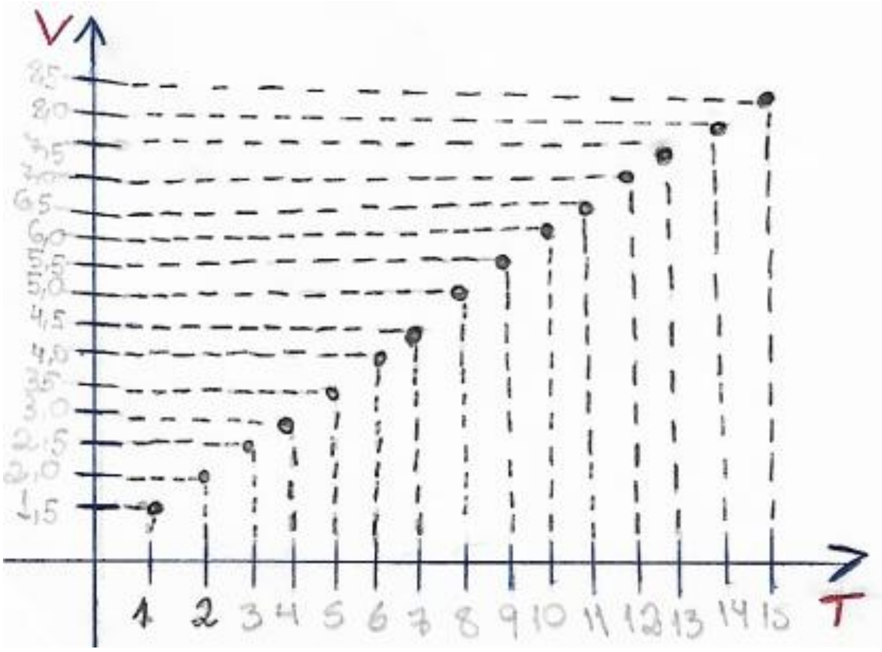
Figura 9 - Fragmentos de respostas erradas dos alunos 1, 12 e 14



Fonte: Elaborada pelos autores a partir das soluções das atividades produzidas pelos alunos.

Os alunos 6, 7 e 18 responderam de forma mais próxima à correta; o aluno 6 não utilizou de forma explícita a equação (representação algébrica ou simbólica), porém, a plotagem dos pontos se deu com exatidão: para cada segundo de tempo, a velocidade aumenta em 0,5 m/s. Mesmo não tendo montado a equação, este aluno realizou satisfatoriamente uma conversão do registro em linguagem natural para a linguagem gráfica, conforme imagem a seguir.

Figura 10 - Fragmento de resposta do aluno 6



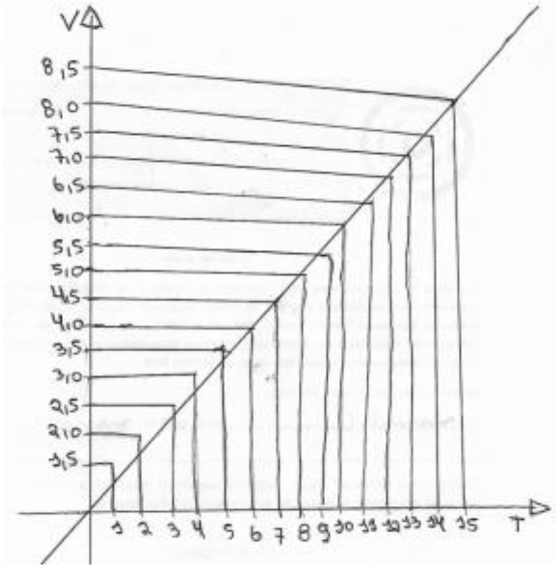
Fonte: Elaborada pelos autores a partir das soluções das atividades produzidas pelos alunos.

Só chamamos a atenção para o fato dele não ter marcado a velocidade inicial no gráfico. Esta ausência se sobressai por ser um dos elementos significativos nos três registros (gráfico, algébrico e linguagem natural). O aluno também limitou sua construção aos pontos, não traçando a reta propriamente dita.

O aluno 7 também não utilizou explicitamente a equação e montou o gráfico de maneira intuitiva. Seu único equívoco foi, ao traçar a reta no gráfico, iniciar a partir da origem do gráfico ao invés de seguir os pontos plotados, como pode ser observado na Figura 11.

Aqui fica uma dúvida: sendo a velocidade inicial um elemento significante de ambos os registros, iniciar o traçado da reta pelo zero pode indicar uma incompreensão na conversão destes elementos. Ao mesmo tempo, como o aluno marcou de forma correta todos os pontos, ele pode apenas ter se equivocado na hora de representar a reta. Não tivemos condições de investigar sobre isso, o que impossibilita uma melhor conclusão.

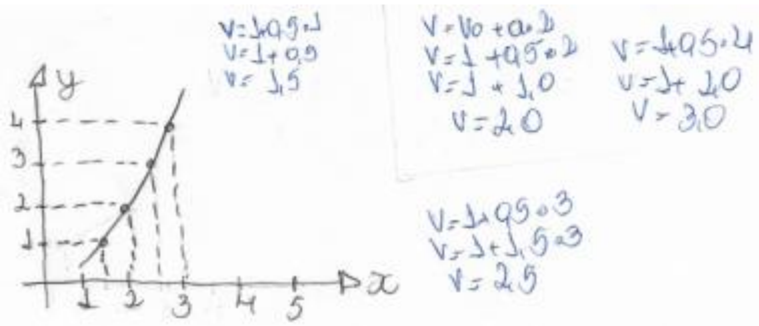
Figura 11 - Fragmento de resposta do aluno 7



Fonte: Elaborada pelos autores a partir das soluções das atividades produzidas pelos alunos.

O único aluno que, de fato, utilizou o recurso da equação, ou seja, converteu primeiro para a linguagem algébrica para depois realizar um tratamento numérico via substituição de valores na equação, a fim de obter pontos para posteriormente representar no gráfico, foi o aluno 18, operando satisfatoriamente a conversão das linguagens natural/algébrica/gráfica. Um detalhe chamou a atenção na resolução do aluno: ele chamou os eixos de X e Y ao invés de V e T, com Y referenciando T e X referenciando V, conforme a imagem a seguir:

Figura 12 - Fragmento de resposta do aluno 18



Fonte: Elaborada pelos autores a partir das soluções das atividades produzidas pelos alunos.

A quarta e última atividade trouxe a conversão do registro algébrico para a linguagem natural e para a representação gráfica. Foram elaboradas cinco questões a fim de analisarmos se os alunos, de fato, compreendem os significados por trás de cada termo da equação e se os alunos têm maior êxito na passagem do registro algébrico para o gráfico em relação à passagem da linguagem natural para a gráfica, como demonstrado na sequência:

Figura 13 – Atividade 4 aplicada aos alunos

4) Dada a equação V=20 – 4T, determine:

a) Qual é a velocidade inicial;
b) Qual é a aceleração;
c) O que o sinal negativo representa;
d) Como ficaria o gráfico deste movimento;
e) Determine a velocidade no instante 8s;

Fonte: Adaptada pelos autores de Fukui *et al.* (2013).

Esta atividade necessita da conversão do registro algébrico para a linguagem natural e para a representação gráfica. Analisando quantitativamente as resoluções das questões pertencentes à atividade, obtivemos os seguintes resultados:

Tabela 3 - Resultados quantitativos da quarta atividade

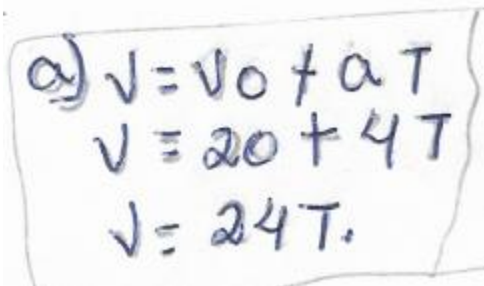
ATIVIDADE 4		
TOTAL GERAL	19	
EM BRANCO	0	
TOTAL PARA ANÁLISE	19	
QUESTÃO A	ERROS	3
	ACERTOS	16
QUESTÃO B	ERROS	18
	ACERTOS	1
QUESTÃO C	ERROS	17
	ACERTOS	2
QUESTÃO D	ERROS	11
	ACERTOS	8
QUESTÃO E	ERROS	10
	ACERTOS	9

Fonte: Elaborada pelos autores a partir das soluções das atividades produzidas pelos alunos.

Questões A, B e C: Estas três questões têm o objetivo de analisar se os alunos de fato compreendem cada elemento da equação da velocidade, se conseguem fazer a conversão da representação matemática dada no registro algébrico para a representação em linguagem natural que se apresenta no enunciado, além de compreender o significado físico de cada um destes elementos que compõem a equação.

Na primeira questão (a), obtivemos um resultado bem positivo, pois apenas 3 alunos erraram a resposta (alunos 6, 18 e 19): reescreveram a equação e somaram os valores de velocidade inicial e aceleração, chegando a "24T" como resultado; os demais alunos responderam corretamente. A seguir, fragmento da resposta.

Figura 14 - Fragmento de resposta errada do aluno 18



Fonte: Elaborada pelos autores a partir das soluções das atividades produzidas pelos alunos.

Nota-se que este equívoco já ocorreu na questão anterior, na qual indicamos que os alunos, ao executarem tal procedimento, não estão reconhecendo o registro algébrico, pois trabalham com este a partir de tratamentos próximos aos do registro numérico. Estes erros não parecem ser erros locais advindos da atividade, mas sim denunciam em nossa leitura um tipo de erro mais profundo relacionado à atividade semiótica, o não reconhecimento pleno dos elementos de dadas representações, ou seja, uma dificuldade global, a qual Duval (2011b, p. 15) destaca:

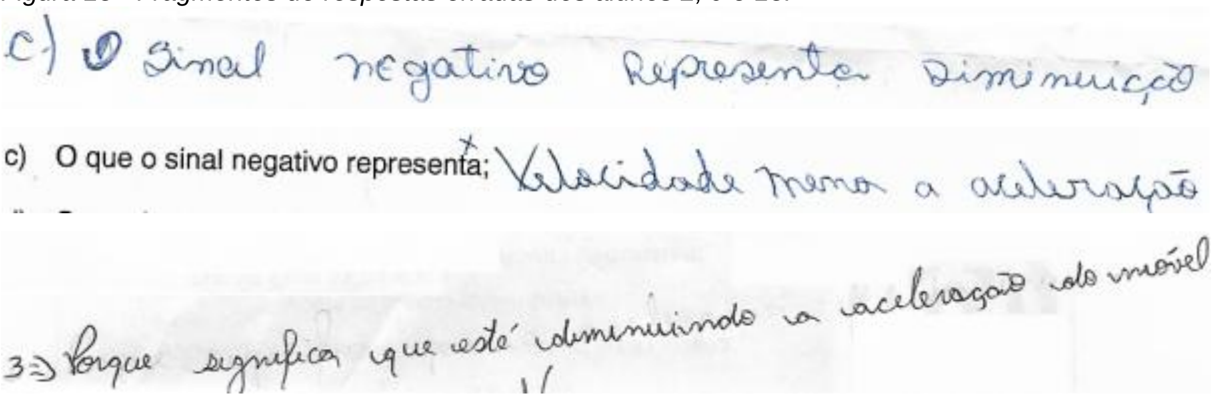
> As dificuldades globais e recorrentes, elas estão associadas à resolução de um problema, ao raciocínio, à visualização geométrica, à visualização gráfica, à falta de transferência do que se supõe adquirido nas novas situações e nas aplicações dos conhecimentos para a realidade.

Sobre os acertos, este resultado positivo pode ser explicado pelo alto grau de congruência entre os registros de saída e chegada, e a velocidade inicial; além de estar logo no início da equação, ainda possui um sinal positivo, o qual não precisa acompanhar o número, fato que não ocorre na segunda questão, em que a aceleração possui um sinal negativo, logo o sinal precisa, juntamente com o número, ser apresentado como resposta. Este fato diminui a congruência entre os registros para a resposta.

Isso pode explicar o alto percentual de erro nesta atividade: apenas um aluno, o aluno 13, respondeu corretamente, apresentando o sinal negativo juntamente com o número 4. Os demais, em sua totalidade, responderam apenas 4 m/s² como aceleração, isso corrobora o resultado da terceira questão. Apenas dois alunos responderam corretamente, os alunos 3 e 4, que o sinal implica uma diminuição da velocidade. Os demais alunos: 1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 e 19 apresentaram respostas desvinculadas do significado físico do sinal aplicado à questão, e cuja maioria denotou respostas do tipo: "é uma subtração" ou simplesmente "subtração".

Interessante perceber que tais respostas indicam que esses alunos estão olhando para a equação apenas do ponto de vista matemático, apresentando o significado matemático do sinal, não a estão atrelando a um fenômeno físico relacionado ao movimento. Outras respostas obtidas foram: "velocidade menos aceleração", "aceleração diminuindo", as quais, apesar de utilizar elementos físicos nas respostas, ainda demonstram que, de fato, não compreenderam o significado do sinal negativo dentro da equação, conforme imagens a seguir:

Figura 15 - Fragmentos de respostas erradas dos alunos 2, 9 e 15.



Fonte: Elaborada pelos autores a partir das soluções das atividades produzidas pelos alunos.

Questão D: Nosso intuito, nesta questão, era comparar seus resultados com os resultados da terceira atividade. Na terceira atividade, era necessária uma conversão do registro em linguagem natural para o registro gráfico, já nesta questão propusemos sair da representação algébrica para a gráfica, que se opera mais próxima do que ocorre no trabalho com equações em matemática.

Analisando apenas quantitativamente, esta questão obteve maior êxito nas respostas do que a atividade anterior, foram 11 erros e 8 acertos contra 15 erros e 3 acertos da atividade anterior. Observamos assim que quantitativamente a passagem da linguagem algébrica para a gráfica teve maior êxito do que a passagem da linguagem natural para a gráfica. Este é o sentido de conversão mais privilegiado no ensino de Matemática, o que condiz com as observações da teoria de Duval de que os alunos têm maior fracasso em atividades que exigem conversão no sentido contrário (DUVAL, 2003).

Questão E: Ao formularmos esta questão, acreditávamos que o percentual de acertos seria maior, pois não há gasto cognitivo alto para responder: basta substituir o instante dado no enunciado dentro da equação descrita na atividade e efetuar um tratamento matemático simples, chegando assim ao resultado. Entretanto, obtivemos um total de 10 erros contra 9 acertos.

Dos 10 alunos que responderam incorretamente, 3 deixaram a questão em branco, os alunos 14, 16 e 17. Como estes responderam as demais questões, consideramos esta como incorreta. Dos demais, 2 (alunos 9 e 11) substituíram o valor de tempo dado no enunciado da questão no lugar da aceleração da equação, chegando assim a uma nova expressão, "V= 20-8T", conforme fragmento a seguir:

Figura 16 - Fragmento de resposta errada do aluno 9

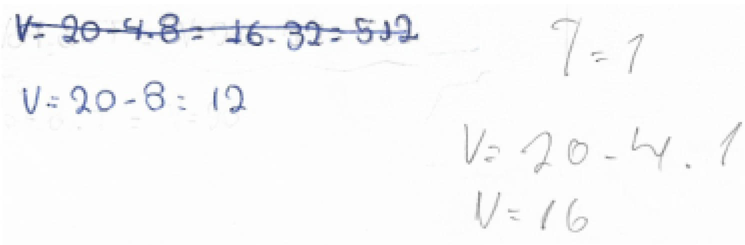

e) Determine a velocidade no instante 8s; V= 20 - 8T

Fonte: Elaborada pelos autores a partir das soluções das atividades produzidas pelos alunos.

Este erro indica que esses alunos não reconhecem o "T" na fórmula como sendo o tempo explicitado no problema. Como estes mesmos alunos, na questão b, indicaram a aceleração como sendo 4 m/s² (-4 m/s² seria o correto), isso indica que eles estão confundindo a aceleração com o tempo. O que tudo indica, então, se tratar de um erro na identificação dos elementos significantes de cada registro, o que teoricamente remete a um erro de entendimento global.

O aluno 4 colocou dois resultados em sua atividade, uma com resultado de 12, na qual ocorreu um erro matemático de tratamento; outra com resultado de 16, na qual substituiu o valor 1 no lugar de T, conforme fragmento abaixo:

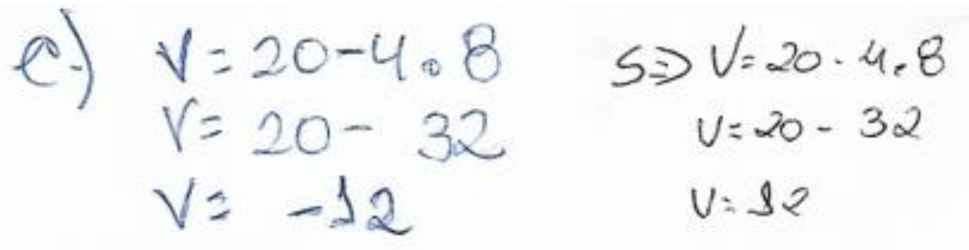
Figura 17 - Fragmento de resposta do aluno 4



Fonte: Elaborada pelos autores a partir das soluções das atividades produzidas pelos alunos.

Por fim, um aluno (15) fez a substituição corretamente, contudo operou o tratamento incorretamente, esquecendo-se do sinal negativo, apresentando apenas “12” como resultado. Os demais alunos: 2, 3, 6, 7, 8, 10, 13, 18 e 19 operaram corretamente a substituição e o tratamento, chegando a “-12m/s” como resultado.

Figura 18 - Fragmentos de respostas, uma correta e outra com erro de sinal, apresentadas *pelos alunos 2 e 15*



Fonte: Elaborada pelos autores a partir das soluções das atividades produzidas pelos alunos.

Esta questão foi elaborada para confrontar com elementos das questões anteriores. Nossa primeira dúvida era sobre a segunda atividade: como queríamos entender melhor se o fragmento “retardado” do enunciado da segunda atividade foi o simples causador do insucesso dos alunos, colocamos a questão b para que os alunos nos dissessem qual era a aceleração da equação e nosso resultado foi esclarecedor, apenas um aluno respondeu corretamente, evidenciando que o problema não se concentrava no termo “retardado” e, sim, na falta de compreensão do significado da representação do sinal negativo. Fato que novamente se confirmou com a questão c, à qual apenas dois alunos responderam corretamente.

4 REFLEXOS DA PESQUISA PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Na pesquisa realizada, pudemos observar que a TRRS também pode servir de base para explicitar problemas de aprendizagem em alguns conteúdos de Física, como já vem sendo explorado há algum tempo na Educação Matemática. Aqui, em especial, abordamos questões relativas ao MRUV.

Considerando junto a esta observação, a importância da formação inicial e continuada de professores para a aquisição de muitos conceitos que dão suporte à sua atividade profissional, como destacam Albuquerque e Gontijo (2013, p. 78):

> Considera-se que a formação, inicial ou continuada, exerce grande influência na percepção, construção e organização de diversos saberes docentes, que, de forma conjunta, se manifestarão no ato de ensinar, ou seja, no fazer docente em seu cotidiano. A formação docente não é a única responsável pela construção do saber profissional, mas se apresenta como constituinte indispensável, uma vez que o conhecimento profissional não poderia se sistematizar, consistentemente, na ausência de processos de formação.

A partir da citação acima, vemos que ganha destaque a efetiva necessidade de trazer estudos, discussões e reflexões sobre teorias como a TRRS em cursos de formação de professores, tanto de Matemática, quanto da própria Física, especialmente na busca da formação interdisciplinar nos cursos de Ciências da Natureza e Matemática, que buscam aproximar ainda mais estas duas disciplinas, pois poderão contribuir para a compreensão de fenômenos relacionados à aprendizagem de ambas.

No entanto, nossa prática de pesquisa tem mostrado que, na formação inicial, discussões específicas da TRRS ainda não têm feito parte de muitos cursos, como podemos evidenciar em Trevisan e Freitas (2015), que, ao analisarem como sobressaem elementos da TRRS por um grupo de licenciandos em Ciências Naturais e Matemática, percebem que poucos elementos da teoria são abordados por eles para explicar problemas de aprendizagem dos alunos.

Frente a esta situação, comungamos com Nacarato e Paiva (2008) ao afirmarem que “pesquisas vêm evidenciando a necessidade de que, em programas de formação, os conteúdos matemáticos sejam visitados e revisitados, mas é necessário pensar sob que olhar isso deveria acontecer” (p. 14). A nosso ver, este olhar deveria aproximar os conteúdos específicos de teorias como a abordada no presente artigo, especialmente pela possibilidade de oferecer ao professor (ou futuro professor) um elemento a mais para subsidiar sua atuação como docente. Assim esperamos que o presente artigo possa contribuir com tais discussões na formação de professores.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Acreditávamos que, por se tratar de um conteúdo já visto pelos alunos, sendo apenas revisado no período de aplicação das atividades, o índice de acertos seria maior. Todavia, deparamo-nos com um índice elevado de erros na resolução das atividades. Porém, mesmo com muitos erros, foi possível realizar uma leitura sobre as atividades, atrelando os erros e acertos à teoria dos Registros de Duval, foco central de nosso trabalho.

Duval destaca, em sua teoria, que o grau de congruência entre dois registros está diretamente ligado ao grau de acerto na conversão de ambos. Podemos evidenciar este fato de que o grau de congruência entre registros de partida e chegada influenciou diretamente o índice de acerto das questões propostas. Notamos, através dos erros, que a maioria dos alunos não está preocupada com a interpretação física das questões, buscando um simples resultado matemático como resposta das atividades. Na segunda atividade, aparece “movimento retardado” em linguagem natural no enunciado da questão, porém isso não transparece na resolução da atividade: Não se busca um entendimento físico para este elemento, sendo este o responsável por todos os erros na resolução da mesma, refletindo uma busca por um simples valor.

As respostas dadas na atividade 4 corroboram este fato: mesmo apresentando a equação pronta com a aceleração de - 4 evidenciada na linguagem algébrica, a maioria dos alunos destacou a aceleração como sendo apenas 4, não refletindo sobre o significado do sinal negativo. Na questão que versa sobre o significado do sinal negativo, fica evidente o interesse pelo fator numérico e não pelo significado físico da representação.

A partir da leitura da teoria de Duval, podemos dizer que os tratamentos são uma operação semiótica mais simples, já que trabalhamos dentro das regras do mesmo registro, não sendo necessário converter nenhuma representação. Entretanto, deparamo-nos em certos momentos com sérios comprometimentos do trabalho dos alunos neste tipo de operação. Em diversos momentos, ocorreram tratamentos de registros diferentes sendo confundidos. Na segunda atividade, isso se evidenciou, alguns alunos confundiram o tratamento de um registro algébrico com um tratamento numérico, como, por exemplo, somar 8 + 4T, chegando a 12T. Outro erro encontrado nos tratamentos foi realizar primeiro a soma e depois a multiplicação, o qual pode ser reflexo de uma aprendizagem matemática deficiente no Ensino Fundamental, que se reflete no Ensino Médio.

Como tratamos sobre a utilização da TRRS no ensino de Física, a presente pesquisa nos direcionou para uma questão muito importante quanto ao aprendizado da matemática em sala de aula: a necessidade de, enquanto professores, conhecermos teorias como esta para contribuir com a identificação de problemas de aprendizagem com que frequentemente nos deparamos em sala de aula.

Algumas pesquisas têm evidenciado que temáticas relacionadas à TRRS ainda necessitam de maior reflexão no contexto da formação de professores. Nossa pesquisa, no entanto, evidencia que trabalhar com elementos dessa teoria pode ser um aliado ao professor no contexto de sala de aula. Assim esperamos com o trabalho aqui apresentado abrir a possibilidade de fomentar mais discussões no contexto da formação de professores.

PHYSICAL TEACHING AND THE THEORY OF SEMIOTICS REGISTERS REPRESENTATION: identifying mathematical content learning problems

ABSTRACT

This article presents an analysis from the Theory of Semiotics Representation Registers of Raymond Duval about problems mathematics learning identified from content explored in Physical. The research took place with high school students of a state school in the city of Sinop. We observed that frequent errors that occur in activities of Physical, when observed on the perspective of the theory of Duval, may indicate global learning problems of mathematical content. Indicating the importance of these discussions and in teacher training courses.

Keywords: Semiotics Representation Registers. Physics Teaching. Learning Mathematics.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, L. C.; GOTIJO, C. H. A complexidade da formação do professor de Matemática e suas implicações para a prática. **Revista Espaço Pedagógico**, v. 20, n.1, Passo Fundo, p. 76- 87, jan-jun, 2013.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Editora Porto, 1994.

BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. O cenário das pesquisas no campo da Educação Matemática à luz da Teoria dos registros de representação semiótica. **Revista Perspectivas da Educação Matemática**; Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, v. 7 n. 13, p. 22-37, 2014.

COLOMBO, J. A. A.; FLORES, C. R.; MORETTI M. T. Registros de representação semiótica nas pesquisas brasileiras em Educação Matemática**:** pontuando tendências. **Revista ZETETIKÉ**, Campinas, São Paulo, v. 16, n. 29, jan./jun. p. 41-72, 2008.

DUVAL, R. Registro de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D A. (Org.) **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003. p.-33.

______ . **Semiose e pensamento humano**: registro de representação semiótica e aprendizagens intelectuais (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels): (fascículo I). Tradução: Lênio F. Ley e Marisa R. A. da Silveira. São Paulo: Editora da Física, 2009.

______ . Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. Organização de Tânia M. M. Campos. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011a.

______ . Gráficos e equações: a articulação de dois registros. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 6, n. 2, p. 96-112, 2011b.

FUKUI, A. *et al.* **Ser Protagonista:** Física 1º ano - Ensino Médio. 2. ed. São Paulo: Edições SM, 2013.

MAIA, R. *et. al.* **Sistema de pesquisa:** concepção e realização. São Paulo: Eureka Soluções Pedagógicas, 2013.

NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (Org.). **A formação do professor que ensina Matemática:** perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

SILVA, C. X. **Matemática aula por aula**. 2. ed., São Paulo: FTD, 2005.

TREVISAN, E. P.; FREITAS, J. L. M. Aspectos da teoria dos registros de representações semióticas expressadas por acadêmicos formandos de licenciatura em Matemática. **Scientific Eletronic Archives**, Sinop, v. 8, n. 3, p. 45-52, 2015.

Correspondência:
Jean Cleber Batista Soares. Graduado em Ciências Naturais e Matemática - habilitação em Física pela Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT). Professor da rede pública estadual de Mato Grosso, Sinop, Mato Grosso, Brasil. E-mail: jeanclebermt@gmail.com

Eberson Paulo Trevisan. Doutor em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT). Professor da Universidade Federal de Mato Grosso, Campus Universitário de Sinop, Instituto de Ciências Naturais, Humanas e Sociais (ICNHS), Curso de Licenciatura em Ciências Naturais nas habilitações em Física, Química e Matemática, Sinop, Mato Grosso, Brasil. E-mail: eberson76@gmail.com

Recebido em: 04 de novembro de 2016.
Aprovado em: 06 de maio de 2017.