





**O DILEMA DAS NEGOCIAÇÕES INFREQUENTES: PROCEDIMENTOS E
IMPLICAÇÕES PARA MEDIDAS DE RETORNO, RISCO E LIQUIDEZ.**

**THE DILEMMA OF INFREQUENT TRADES: PROCEDURES AND
IMPLICATIONS FOR MEASURES OF RETURN, RISK AND LIQUIDITY**

Nome	Kelmara Mendes Vieira 
ORCID ID	http://orcid.org/0000-0002-8847-0941
Instituição/Afiliação	Universidade Federal de Santa Maria
País	Brasil
Nome	Vinícius Girardi da Silveira 
Instituição/Afiliação	Universidade Federal de Santa Maria
País	Brasil
Nome	Guilherme Fleck da Fontoura 
Instituição/Afiliação	Universidade Federal de Santa Maria
País	Brasil

RESUMO

Em mercado de ações de países em desenvolvimento, investidores, analistas e pesquisadores se deparam com um problema incomum em mercados consolidados: como tratar as negociações infrequentes. Tal problema é recorrente no mercado de ações brasileiro, onde a maioria das ações não são negociadas diariamente. Este artigo tem por objetivo, apresentar e analisar procedimentos possíveis de serem aplicados para cálculo de retorno, risco e liquidez das ações. Para estimativa de retorno são testados três procedimentos: trabalhar apenas com os dados disponíveis, excluindo das séries os dias sem negociação; repetir nos dias sem negociação, os valores do último dia com negociação e; utilizar o procedimento *trade-to-trade*, proposto por Maynes e Rumsey (1993), que pondera as estimativas pelo intervalo sem negociação. Para tanto são comparados os efeitos dos procedimentos em estimativas de médias, desvios e normalidade das séries, em diferentes níveis de infrequência de negociação. Visando uma avaliação abrangente do problema, são estudadas todas as 980 ações negociadas na BMFBOVESPA de janeiro de 1995 a fevereiro de 2016. Os resultados principais indicam que a escolha do procedimento implica em diferenças significativas nos resultados das séries, especialmente para as ações menos líquidas.

Palavras-chaves: negociações infrequentes, liquidez, risco, retorno.

ABSTRACT

In a developing-country stock market, investors, analysts and researchers are faced with an unusual problem that shows in consolidated markets: how to treat infrequent trades. Such problem is usual in Brazilian's stock market, where the most shares are not traded daily. The objective of this article is to present and analyze three possible procedures to be applied to calculate the return, risk and liquidity of the shares. Three procedures are tested to estimate the return: work with the only available data, excluding from the series the days without negotiation; to repeat on days without negotiation, the values of the last day with negotiation and; to use "trade-to-trade" process, proposed by Maynes and Rumsey (1993), which weighs the estimates by the interval without negotiation. In order to do so, the effects of the procedures are compared in estimates of means, deviations and normality of the series, at different levels of trading frequency. Aiming at a comprehensive assessment of the problem, all 980 shares traded on BMFBOVESPA from January 1995 to February 2016 are studied. The main results indicate that the choice of procedure implies significant differences in the series results, especially for the lesser liquid shares.

Keywords: infrequent trades, liquidity, risk, return;

1 INTRODUÇÃO

Diante de qualquer investimento, os investidores, de um modo geral, tomam suas decisões baseados em dois princípios fundamentais, os quais são o retorno e o risco. Estes dois elementos podem ser vistos como os pilares da teoria financeira moderna e sua análise norteia qualquer decisão. O retorno, de um modo simplista, pode ser entendido como o ganho ou eventual perda decorrente de uma aplicação. O risco, por outro lado, como definido por Righi e Ceretta (2016), pode ser visto como a possibilidade de algo ruim acontecer ou a incerteza sobre um resultado esperado.

Além destas características, como observado por Sadka (2011), após a crise de 2008, a literatura econômico-financeira tem mostrado um interesse crescente na realização de pesquisas relacionadas à liquidez. Com o passar da crise, gestores e governos estão mais atentos aos problemas que a falta de liquidez pode ocasionar, com a análise da liquidez dos ativos se apresentando como um atributo cada vez mais crucial para a tomada de decisões de investimento, sendo uma característica diretamente relacionada ao seu risco. Desse modo, o risco de liquidez, parte integrante do risco financeiro, como descrito por Tian (2009), seria a perda sofrida quando um participante do mercado quer executar um negócio ou liquidar uma posição imediatamente e não encontra liquidez suficiente para isso.

Nesse sentido, uma estimativa adequada do retorno, do risco e da liquidez é essencial para qualquer investimento. Contudo, uma situação corriqueira em mercados emergentes, como o brasileiro, é a existência de ações que passam dias sem serem negociadas, fazendo com que as informações estejam disponíveis em uma frequência não constante, o que dificulta a obtenção

de estimativas precisas destes fenômenos. Esta situação pode ser observada no mercado acionário brasileiro, uma vez que parte significativa das negociações realizadas se concentra no índice Bovespa, o qual é composto por 61 ações, de um total de, aproximadamente, 650 disponíveis para negociação em abril de 2016.

O problema de dados faltantes é uma preocupação recorrente em diferentes áreas do conhecimento, como a saúde (NUNES et al., 2009), pesquisas baseadas em *surveys* (TSIKRIKTSIS, 2005) ou finanças (MAYNES & RUMSEY, 1993). Sendo que alguns procedimentos que visam tratar estes dados baseiam-se em substituí-los pelos valores mais próximos, pela média, pela mediana, por interpolação ou até por regressão linear (NUNES et al., 2009), ou ainda em eliminar os dados faltantes (PIGOTT, 2001).

Assim, este estudo tem o objetivo de analisar o impacto das negociações infrequentes no retorno, no risco e na liquidez. Para isso, apresenta diferentes possibilidades de cálculo para ações que não são negociadas diariamente, ou seja, possuem dados faltantes. Nesse contexto, este artigo destaca-se por realizar uma análise simultânea de como diferentes técnicas de cálculo afetam as estimativas de retorno, risco e liquidez das ações. Com isso, espera-se auxiliar investidores quanto à compreensão de possíveis formas de obtenção destas estimativas para ações pouco negociadas, contribuindo para que sejam obtidas estimativas mais precisas e decisões mais eficientes possam ser tomadas. Além disso, objetiva-se apresentar evidências para pesquisadores que estudem mercados, como o brasileiro, onde a infrequência de negociação é uma característica recorrente para muitas ações, para que possam melhor avaliar a decisão de tratamento dos dados faltantes, dado que o método de cálculo dessas variáveis pode provocar mudanças nos resultados dos estudos.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

Os dados utilizados para a realização do estudo foram provenientes da negociação de ações da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo (BM&FBOVESPA) e obtidos pelo sistema de séries históricas do Economática, assim, focando o estudo no mercado acionário brasileiro.

Para a constituição da amostra foram consideradas as empresas registradas como sociedades anônimas de capital aberto, com ações negociadas na BM&FBOVESPA no período compreendido entre janeiro de 1995 até 02 de fevereiro de 2016, momento em que os dados foram coletados. Esta escolha deve-se a maior estabilidade econômica obtida pós-Plano Real. Para o período compreendido, coletaram-se dados diários, ajustados por proventos, em reais,

visando à formação das variáveis utilizadas na pesquisa. Assim, o conjunto de ações é composto por um painel de dados desequilibrado que perfaz 980 ações em 5212 períodos. Desse modo, a amostra utilizada para ilustração da primeira parte deste estudo é composta pelos dados da negociação da ação Dohler PN, a qual foi escolhida ao acaso dentre as ações que tiveram negociações em menos de 25% dos dias para o período de estudo. Já na segunda parte, utilizou-se a informação de toda a amostra de ações, as quais foram divididas em quartis de acordo com o número médio de dias sem negociação durante o período.

A partir disso, foram obtidos o retorno, o risco e a liquidez para a ação de acordo com os diferentes métodos de cálculo. Para a obtenção dos retornos adotou-se três procedimentos alternativos: 1) utilizou-se o procedimento *trade-to-trade* visto em Maynes e Rumsey (1993) e Vieira (1998), o qual consiste em dividir o retorno das variáveis pela raiz quadrada do tempo em que ação não foi negociada; 2) ignorou-se a existência de dias em que não houve negociação e calculou-se o retorno das variáveis com base na última informação disponível; e 3) nos dias em que não houve negociação, repetiu-se o preço de fechamento da ação do último dia em que ela foi negociada.

Para o cálculo do risco foram elevados ao quadrado cada um destes retornos estimados, obtendo-se séries da volatilidade. Já para as medidas de liquidez, foram analisadas as seguintes alternativas de procedimento: 1) colocou-se zero nos dias em que o mercado abriu e a ação não foi negociada; 2) ignorou-se a existência de dias em que não houve negociação, ou seja, foram excluídos da série original os dias sem negociação; e 3) utilizou-se o procedimento *trade-to-trade*. Assim, a Tabela 1 sintetiza as variáveis que fazem parte desta pesquisa seguindo os diferentes procedimentos.

Tabela 1. Definição das variáveis utilizadas na pesquisa
Table 1. Definition of the variables used in the research

Variável	Definição	Fórmula
Retorno 1	Diferença do logaritmo entre o preço de fechamento (X) da ação (i) em t e t-k, dividido pela raiz quadrada do número de dias em que ação ficou sem ser negociada (n).	$(\ln X_{i,t} - \ln X_{i,t-k}) / \sqrt{n}$
Retorno 2	Diferença do logaritmo entre o preço de fechamento (X) da ação (i) em t e preço de fechamento do último dia em que a ação foi negociada (t-k)	$\ln X_{i,t} - \ln X_{i,t-k}$
Retorno 3	Diferença do logaritmo entre o preço de fechamento da ação (i) em t e t-1. Sendo que para os dias em que o mercado funcionou e a ação não foi negociada, repetiu-se o preço de fechamento do último dia com negociação.	$\ln X_{i,t} - \ln X_{i,t-1}$
Risco 1, 2, 3	Os respectivos retornos 1, 2 e 3 elevados ao quadrado.	$Risco = Retorno^2$
Títulos 1	Quantidade de títulos negociados pela ação (i) em t, colocando-se o valor zero nos dias em que o mercado funcionou e a ação não foi negociada.	$QTit_{i,t}$
Negócios 1	Quantidade de negócios realizados com a ação (i) em t, colocando-se o valor zero nos dias em que o mercado funcionou e a ação não foi negociada.	$QNeg_{i,t}$
Volume 1	Volume financeiro total negociado pela ação (i) em t, colocando-se o valor zero nos dias em que o mercado funcionou e a ação não foi negociada.	$VolFin_{i,t}$
Títulos 2, Negócios 2 e Volume 2	Quantidade de títulos, de negócios e volume financeiro da ação, considerando apenas os dias em que o ativo foi negociado. Neste caso a série apresenta apenas os dias com negociação da ação.	$QTit_{i,t}; QNeg_{i,t}; VolFin_{i,t}$ são títulos, negócios e volume da ação i se $QTit_{i,t}; QNeg_{i,t}; VolFin_{i,t}$ foram maiores que zero em t.
Títulos 3	Diferença do logaritmo entre quantidade de títulos (QTit) da ação (i) em t e t-k, dividido pela raiz quadrada do número de dias em que ação ficou sem ser negociada (n).	$(\ln QTit_{i,t} - \ln QTit_{i,t-k}) / \sqrt{n}$
Negócios 3	Diferença do logaritmo entre quantidade de títulos (QNeg) da ação (i) em t e t-k, dividido pela raiz quadrada do número de dias em que ação ficou sem ser negociada (n).	$(\ln QNeg_{i,t} - \ln QNeg_{i,t-k}) / \sqrt{n}$
Volume 3	Diferença do logaritmo entre volume financeiro (VolFin) da ação (i) em t e t-k, dividido pela raiz quadrada do número de dias em que ação ficou sem ser negociada (n).	$(\ln VolFin_{i,t} - \ln VolFin_{i,t-k}) / \sqrt{n}$

3 ANÁLISE DOS RESULTADOS

A apresentação dos resultados divide-se em dois momentos distintos. Inicialmente têm-se os resultados para retorno, risco e liquidez da ação da empresa Dohler PN, escolhida aleatoriamente entre as ações que possuíam menos de 25% de dias com negociação no período estudado. Num segundo momento, apresenta-se o resultado agregado, ou seja, as estimativas para todas as ações em negociação na BMFBOVESPA, no período.

3.1 ILUSTRAÇÃO PARA A AÇÃO DOHLER PN: RETORNO

O primeiro passo consistiu na estimativa dos retornos da ação escolhida para a ilustração. Desse modo, com o intuito de evidenciar a evolução das séries estudadas, são

apresentados gráficos dos retornos, segundo os três diferentes procedimentos de cálculo. A Figura 1 expõe o comportamento temporal destas variáveis.

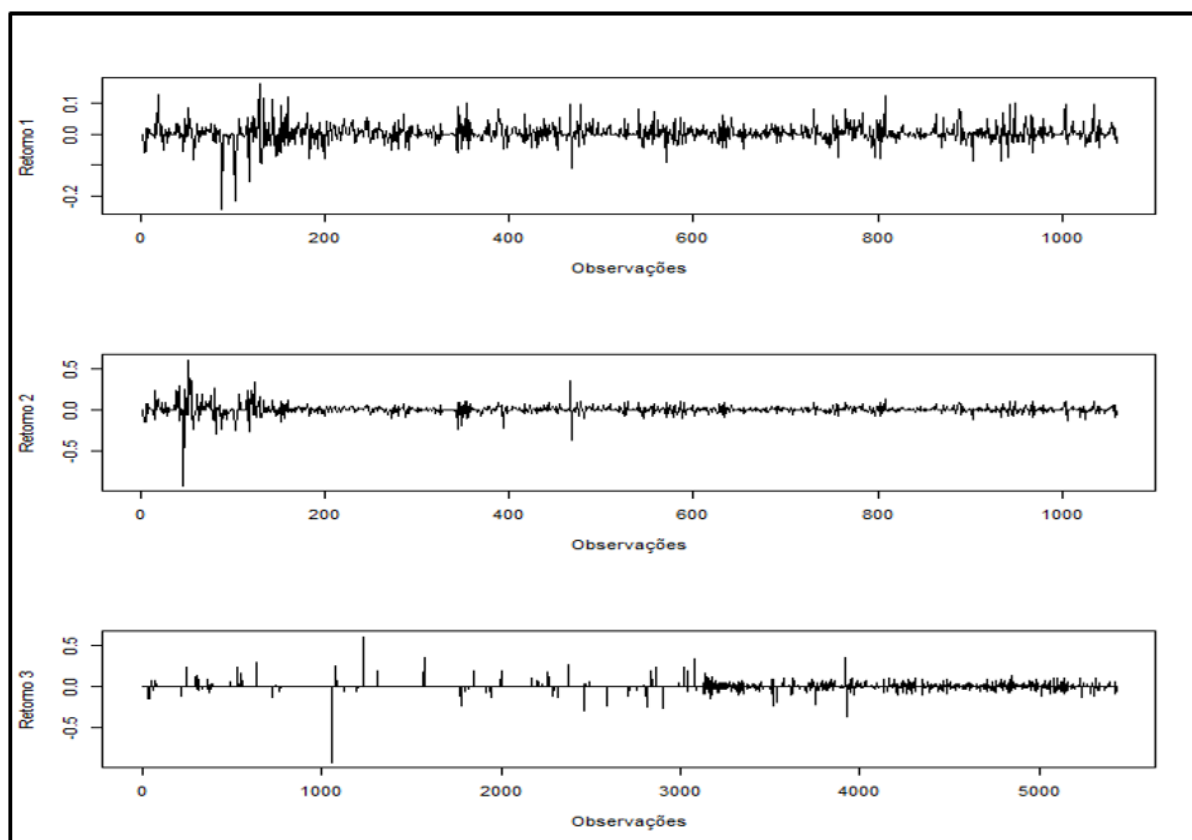


Figura 1. Evolução temporal dos log-retornos da ação Dohler PN para o período de janeiro de 1995 até fevereiro de 2016.

Figure 1. Time evolution of the log-returns from Dohler/PN stock for the period from January, 1995 to February 2016.

Na Figura 1, Retorno 1 é o retorno calculado pelo procedimento *trade-to-trade*; Retorno 2 é o retorno obtido ao se remover os dias em que não houve negociação da série; e Retorno 3 é o retorno alcançado ao se repetir o preço de fechamento da ação do último dia em que ela foi negociada nos dias em que não houve negociação. Os dois primeiros gráficos consideram apenas as informações disponíveis, sendo removidos os dias em que não houve negociação. Ambos apresentam um comportamento similar, porém, devido ao procedimento *trade-to-trade*, o primeiro apresenta redução de variância e de pontos extremos, como pode ser confirmado pela Tabela 1. Quanto ao Retorno 3, o preenchimento dos dias em que não houve negociação permite que seja trabalhada com uma série que engloba todos os dias de funcionamento do mercado, contudo cria um grande número de zeros, como observado nos momentos em que o gráfico permanece como uma linha horizontal.

Na Tabela 2 as estatísticas descritivas das séries de log-retornos. O primeiro fato a ser destacado é o número de observações presentes nos dados analisados. Os Retornos 1 e 2 evidenciam 1058 elementos que se referem ao número de dias em a ação foi negociada no mercado, o Retorno 3, por sua vez, contempla todos os dias de funcionamento do mercado. Sendo que do total de dias negociados, em apenas 20.3% dos dias (1058) a ação foi negociada, o que salienta a infrequência de negociação do ativo.

Tabela 2. *Estatísticas descritivas das séries de log-retornos da ação Dohler PN.*
Table 2. *Dohler PN Stock Log>Returns Descriptive Statistics.*

Variável	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	Assimetria	Curtose	Obs.
Retorno 1	0.0024	0.0297	-0.2404	0.1622	-0.5734	9.8999	1058
Retorno 2	0.0020	0.0644	-0.9211	0.6014	-1.8576	51.5782	1058
Retorno 3	0.0004	0.0284	-0.9211	0.6014	-4.0366	275.5833	5211

De um modo geral, os retornos 1 e 2 apresentaram médias similares, já quando observado o retorno 3, este exibiu uma redução de valor devido ao número de observações com zero. Quanto aos pontos de mínimo e máximo, o retorno 1 apresentou uma amplitude inferior aos demais, que permaneceram iguais, o que se deve ao procedimento *trade-to-trade*. Já os desvios padrões 1 e 3 exibiram valores similares e reduzidos em relação ao encontrado no Retorno 2. No primeiro caso, como mencionado, deve-se a técnica *trade-to-trade*, a qual demonstrou reduzir a variância da série e no segundo se deve ao número de zeros, o que reduz a variabilidade média dos dados. Além disso, constatou-se um comportamento negativamente assimétrico, havendo uma maior frequência de observações à direita da média e todas as séries de retornos se mostraram leptocúrticas, o que é característico de retornos acionários. Na Tabela 3 foram expostos os testes: Testes t, de Wilcoxon e F para os log-retornos da ação Dohler PN, os quais, apesar de suas limitações técnicas, visam servir como indicativos das diferenças existentes entre as séries.

Tabela 3. *Testes t, de Wilcoxon e F para os log-retornos da ação Dohler PN*
Table 3. *“T” Tests, from Wilcoxon and F for the log-returns of the Dohler PN stock*

Variáveis	Teste t	P-valor	Wilcoxon	P-valor	Teste F	P-valor
Retorno 1 e 2	0.1930	0.8470	557775	0.8918	0.2120	<0.0001
Retorno 1 e 3	2.0111	0.0444	2999488	0.0028	1.0872	0.0741
Retorno 2 e 3	0.7785	0.4365	3001394	0.0024	5.1287	<0.0001

Em síntese, os resultados encontrados confirmam o que foi observado nas estatísticas descritivas, havendo indicativos de diferenças de média e mediana entre os Retornos 1 e 3 e 2 e 3. Por outro lado, quando analisadas suas variâncias por meio do teste F, ocorrem diferenças significativas entre as séries 1 e 2 e 2 e 3. Tal fato evidencia que, para ações com baixa frequência de negociação, como no caso da Dohler, a escolha do procedimento a ser utilizado para o cálculo dos retornos, implica em diferenças significativas de médias ou variâncias nos estimativas. Para avaliar em mais detalhes os retornos, obteve-se as distribuições de frequência das três séries de retorno (Figura 2).

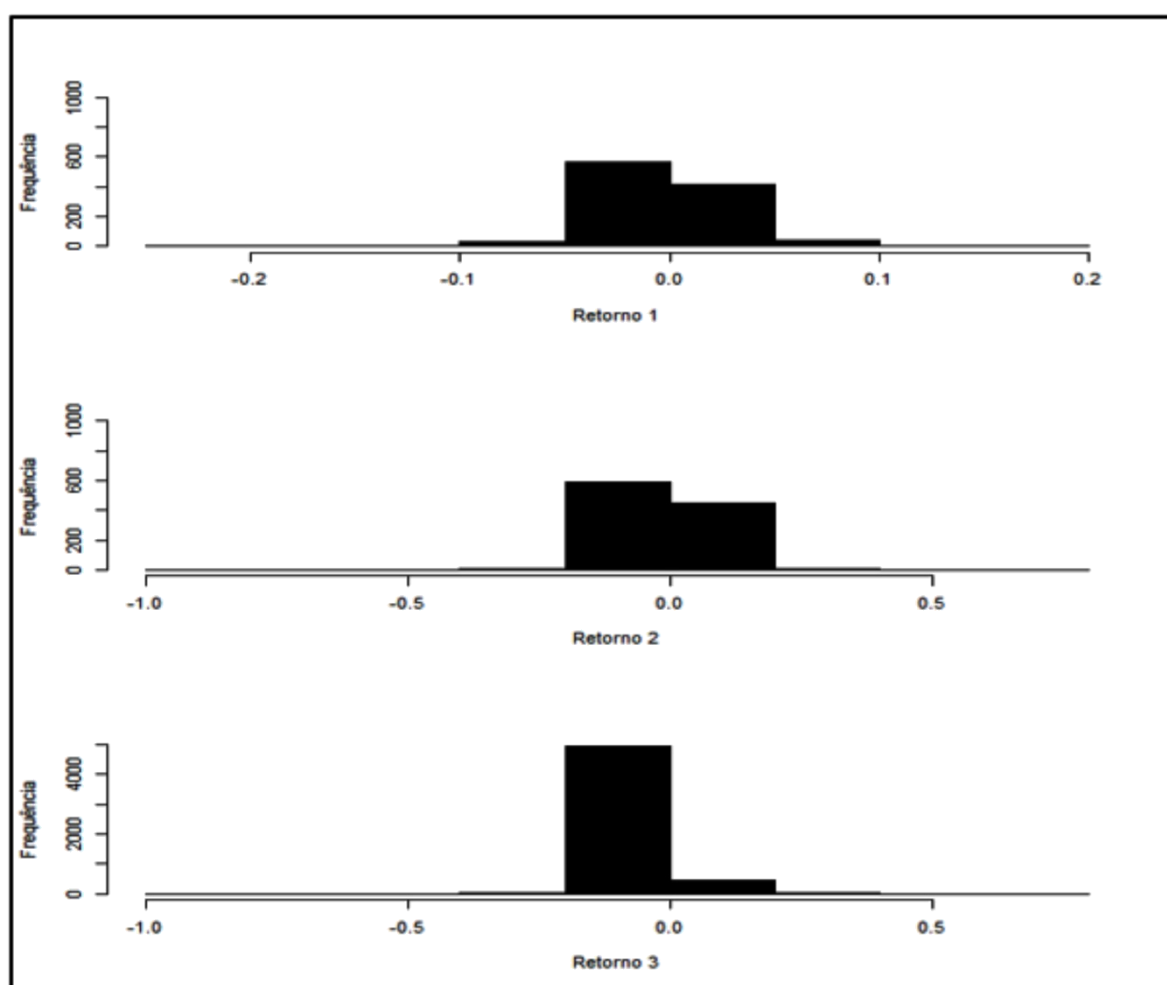


Figura 2. Distribuição de frequência dos log-retornos da ação Dohler PN para o período de janeiro de 1995 até fevereiro de 2016.

Figure 2. Frequency distribution of the log-returns from Dohler PN stock for the period from January 1995 to February 2016.

A partir da Figura 2, observa-se que os procedimentos dão origem a distribuições de frequência bastante diferentes. Sendo que a distribuição do Retorno 1 apresenta um intervalo

menor, devido ao ajuste pelos dias sem negociação. Comparativamente, a série Retornos 3, apresenta um pico em torno do zero, indicando que quanto mais infrequente for a negociação de um ativo, maior deverá ser este pico. Visualmente, todas as distribuições distanciam-se de uma distribuição característica da distribuição normal. Para avaliar a normalidade dos retornos calculados através dos distintos métodos foi aplicado o Teste de Jarque-Bera, sob a hipótese nula de normalidade dos retornos. A Tabela 4 apresenta os resultados.

Tabela 4. *Teste Jarque-Bera para normalidade*
Table 4. *Jarque-Bera test for normality*

Variáveis	Estatística	P-valor
Retorno 1	4378.5	<0.0001
Retorno 2	117880	<0.0001
Retorno 3	17185000	<0.0001

Os resultados da Tabela 4, indicam que, independentemente do método utilizado, o teste rejeita a hipótese nula de normalidade, ou seja, nas três formas de estimação não foi possível obter séries com distribuição normal.

3. 2 ILUSTRAÇÃO PARA A AÇÃO DOHLER PN: RISCO

A próxima etapa do estudo consistiu em verificar os efeitos das técnicas utilizadas para o tratamento dos retornos nos seus respectivos riscos. Do mesmo modo que anteriormente, com o intuito de evidenciar a evolução das séries estudadas, são apresentados gráficos das séries de

risco estimadas. A Figura 3 expõe o comportamento temporal destas variáveis.

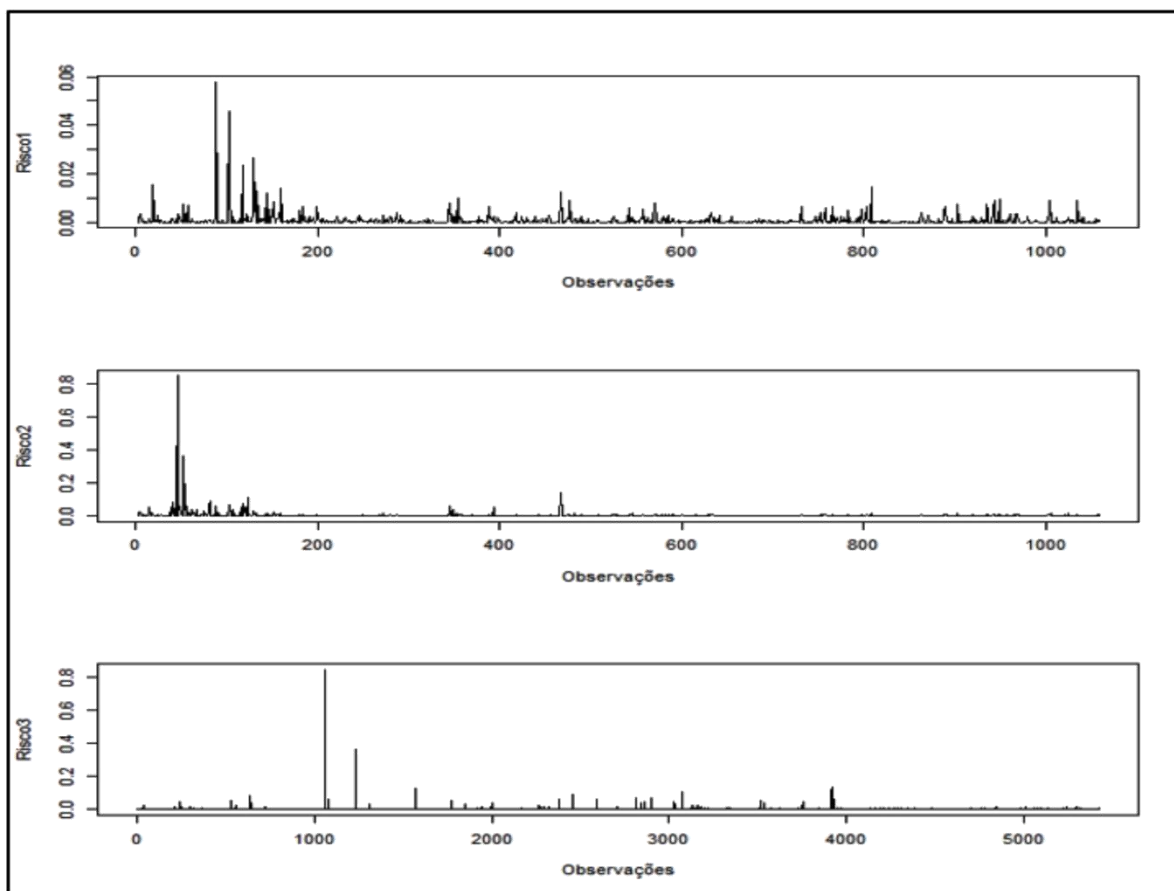


Figura 3. Evolução temporal dos riscos estimados a partir dos log-retornos da ação Dohler PN para o período de janeiro de 1995 até fevereiro de 2016.

Figure 3. Time evolution of estimated risks of log-returns from Dohler PN stock for the period from January 1995 to February 2016.

Na Figura 3, Risco 1, 2 e 3 representam o risco estimado para os respectivos log-retornos anteriormente apresentados. Os Riscos 2 e 3 exibem uma difícil compreensão gráfica devido a sua escala, a qual mescla momentos de grande variabilidade com uma sequência de valores próximos a zero. Em contrapartida, o Risco 1 se mostra mais facilmente observável devido a menor magnitude dos valores extremos que são seguidos por períodos de dias sem negociação. Como próximo passo, são apresentadas na Tabela 5 as estatísticas descritivas dos riscos estimados a partir dos log-retornos da ação Dohler PN. Ao se observar a Tabela 3, percebe-se que os desvios padrões dos Riscos 2 e 3 apresentaram valores semelhantes. O Risco 1, por outro lado, apresentou desvios e pontos de máximo reduzidos devido à redução de variância proporcionada pelo procedimento *trade-to-trade*.

Tabela 5. Estatísticas descritivas dos riscos estimados da ação Dohler PN.**Table 5.** Descriptive statistics of the estimated risks of Dohler PN stock.

Variável	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	Assimetria	Curtose	Obs.
Risco 1	0.0009	0.0030	0.0000	0.0578	11.2583	174.5750	1058
Risco 2	0.0041	0.0303	0.0000	0.8484	22.4052	588.4707	1058
Risco 3	0.0008	0.0135	0.0000	0.8484	50.3460	2990.2877	5211

Ademais, constatou-se um comportamento positivamente assimétrico, havendo uma maior frequência de observações à esquerda da média e todos os riscos se mostraram leptocúrticas, como encontrado anteriormente para os retornos. Na sequência, foram expostos os testes: Testes t, de Wilcoxon e F para os log-retornos da ação Dohler PN, os quais visam servir como indicativos das diferenças existentes entre as séries. Os resultados destes testes são colocados na Tabela 6.

Tabela 6. Testes t, de Wilcoxon e F dos riscos estimados da ação Dohler PN.**Table 6.** T tests, Wilcoxon and F tests of the estimated risks of the Dohler PN stock.

Variáveis	Teste t	P-valor	Wilcoxon	P-valor
Risco 1 e 2	-3.4881	0.0005	474774	<0.0001
Risco 1 e 3	0.3676	0.7132	4663686	<0.0001
Risco 2 e 3	3.5191	0.0004	4748594	<0.0001

Os resultados da Tabela 6 indicam que apenas o teste t entre os Risco 1 e 3 não se mostrou estatisticamente significativo. Todavia, quando observado seu similar não paramétrico, este possuiu significância estatística. Tal fato se deve a ativos financeiros, em geral, possuírem um comportamento que se afasta da normalidade, o que faz com que análises não paramétricas sejam mais adequadas aos dados. Assim, os resultados demonstram haver diferenças estatisticamente significativas entre as médias e medianas dos riscos estimados. Além disso, conforme a Tabela 7, tais riscos não apresentam distribuição normal.

Tabela 7. Teste Jarque-Bera para normalidade.**Table 7.** Jarque-Bera test for normality.

Variáveis	Estatística	P-valor
Risco 1	1365900	<0.0001
Risco 2	15354000	<0.0001
Risco 3	2023900000	<0.0001

3.3 ILUSTRAÇÃO PARA A AÇÃO DOHLER PN: LIQUIDEZ

Nesta seção, buscou-se analisar os efeitos das técnicas empregadas na análise da liquidez da ação em estudo. O primeiro procedimento empregado consistiu em preencher os dias em que não houve negociação com a ação com o valor zero, de modo a indicar a inexistência de liquidez no devido período. O segundo desconsiderou os dias em que não houve negociação com o ativo, trabalhando apenas com as observações dos dias que o ativo foi transacionado. O terceiro procedimento, consistiu em aplicar o procedimento trade-to-trade às medidas de liquidez. Assim, os dois primeiros procedimentos avaliam a liquidez em nível, enquanto o trade-to-trade, é uma medida da variação da liquidez. Para evidenciar a evolução das séries estudadas, são apresentados gráficos das medidas de liquidez. A Figura 4 expõe o comportamento temporal destas variáveis.

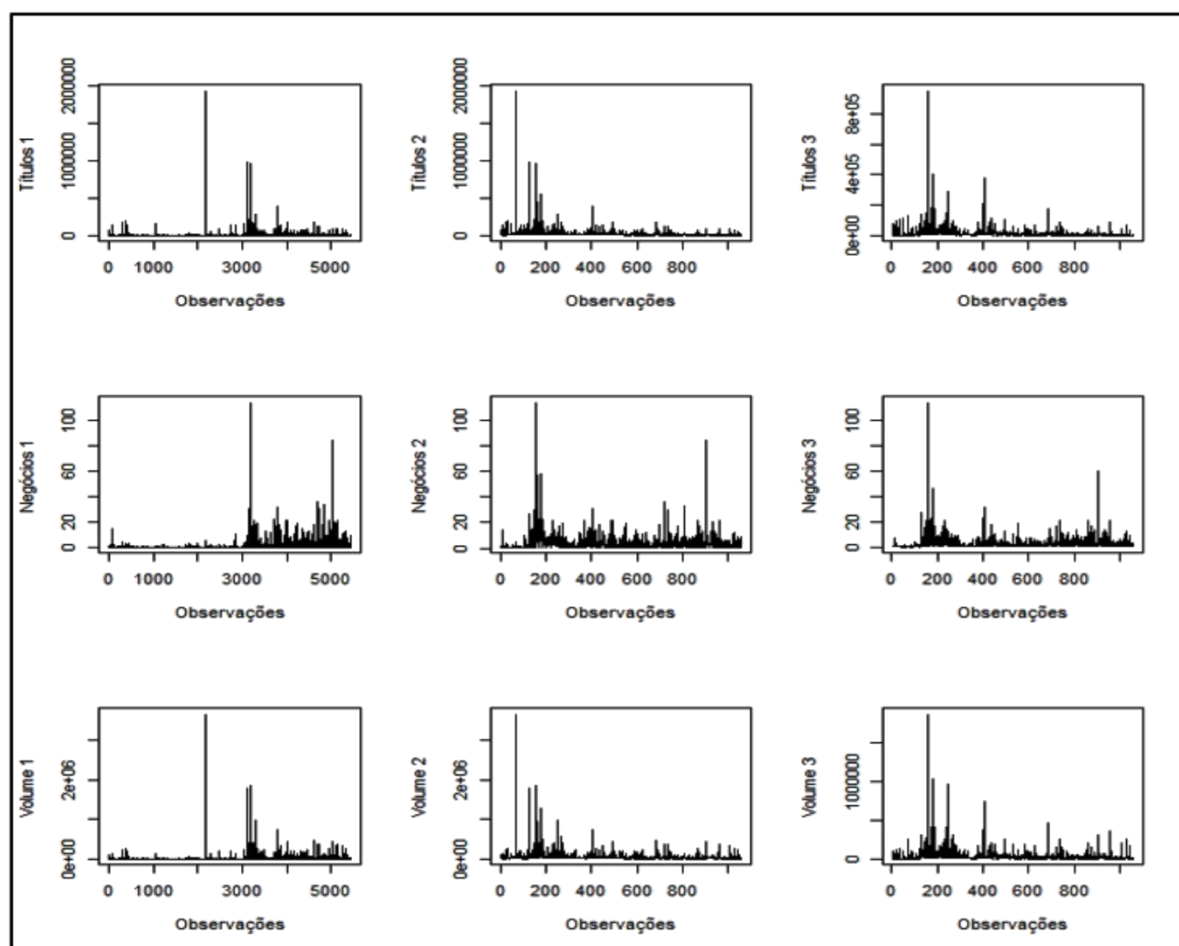


Figura 4. *Evolução temporal do número de títulos, negócios e volume da ação Dohler PN para o período de janeiro de 1995 até fevereiro de 2016.*

Figure 4. *Time evolution of the number of securities, business and volume of the Dohler PN stock for the period from January 1995 to February 2016.*

Na Figura 4, o lado esquerdo apresenta as medidas de liquidez onde os dias em que não houveram negociações foram substituídos por zero, ao centro apenas os dias em que ocorreu negociação, ignorando-se os períodos em branco e ao lado direito as medidas pelo procedimento trade-to-trade. Na observação da Figura percebe-se que a primeira metade da amostra do lado esquerdo apresentou uma maior infrequência de negociação, o que permaneceu até meados de 2007, período que a ação passou a ser mais negociada. Sendo que o intervalo médio de dias em que a ação não foi negociada nesta amostra foi de 7,18, o qual se reduziu para 3,56 dias após 2007. Já ao centro constata-se a visível redução amostral já vista nas seções anteriores. No lado direito, observa-se a mesma redução amostral, mas com valores menores por se tratarem de variações da liquidez.

Novamente, são apresentadas na Tabela 8 as estatísticas descritivas das séries de liquidez. De um modo geral, as medidas de liquidez utilizadas obtiveram médias e desvios padrões de diferentes magnitudes, uma vez que captam características distintas do mercado e não possuem um comportamento padronizado como das demais variáveis. Os pontos de mínimo, com esperado, foram de zero para as séries em que foram considerados os dias sem negociação e os de máximo se mantiveram idênticos para ambas.

Tabela 8. *Estatísticas descritivas do número de títulos, negócios e volume da ação Dohler PN.*

Table 8. *Descriptive statistics of the number of securities, business and volume of the Dohler PN stock.*

Variável	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	Assimetria	Curtose	Obs.
Tit 1	4236.06	38048.87	0	1927724	31.94	1374.63	5212
Tit 2	21708.31	83934.66	100	1927724	14.63	283.12	1059
Tit 3	14872.58	48044.38	21.82	954000	10.73	165.61	1059
Vol 1	10089.39	77572.64	0	3657358	27.08	1046.35	5212
Vol 2	51704.55	169432.50	130	3657358	12.58	220.90	1059
Vol 3	6934.13	105787.5	29.82	1861276	8.99	114.49	1059
Neg 1	0.86	3.57	0	114	13.30	295.20	5212
Neg 2	4.44	7.05	1	114	7.26	81.92	1059
Neg 3	2.02	6.26	0.05	114.0000	8.50	113.97	1059

Além disso, como visto nas medidas de risco, constatou-se um comportamento positivamente assimétrico, havendo uma maior frequência de observações à esquerda da média e uma curtose leptocúrtica. Ainda cabe salientar que a adição de valores zero para os dias não negociados reduziu as médias e desvios e intensificou a assimetria e curtose das variáveis, deixando-as mais afastadas da normalidade. Na sequência, foram expostos os testes: Testes t,

de Wilcoxon e F para as medidas de liquidez, os quais visam servir como indicativos das diferenças existentes entre as séries (Tabela 9).

Tabela 9 Testes t, de Wilcoxon e F para o número de títulos, negócios e volume da ação Dohler PN.

Table 9. t tests, Wilcoxon and F for the number of securities, business and volume of the stock Dohler PN

Variáveis	Teste t	P-valor	Wilcoxon	P-valor	Teste F	P-valor
Títulos 1 e 2	-6.6423	<0.0001	560740.5	<0.0001	0.2055	<0.0001
Títulos 1 e 3	-6.8004	<0.0001	642410	<0.0001	0.62719	<0.0001
Títulos 2 e 3	2.3001	0.0215	642410	<0.0001	3.0521	<0.0001
Volume 1 e 2	-7.8343	<0.0001	560740.5	<0.0001	0.2096	<0.0001
Volume 1 e 3	-7.7538	<0.0001	642500	<0.0001	0.53771	<0.0001
Volume 2 e 3	2.4633	0.01386	642500	<0.0001	2.5652	<0.0001
Negócios 1 e 2	-16.0863	<0.0001	560740.5	<0.0001	0.2572	<0.0001
Negócios 1 e 3	-12.3540	<0.0001	700880	<0.0001	0.32706	<0.0001
Negócios 2 e 3	3.8794	0.0001	700880	<0.0001	1.2715	<0.0001

Na Tabela 9, os resultados demonstram que todos os testes de diferença de média, mediana e variância foram estatisticamente significativos. Portanto, fica demonstrado que para ações com negociações infrequentes, a escolha da fórmula de cálculo, afeta significativamente a mensuração da liquidez dos ativos, o que pode levar a uma avaliação inadequada do nível e do risco de liquidez da ação. Novamente buscou-se analisar a distribuição de frequência (Figura 5) e a normalidade das séries (Tabela 10).

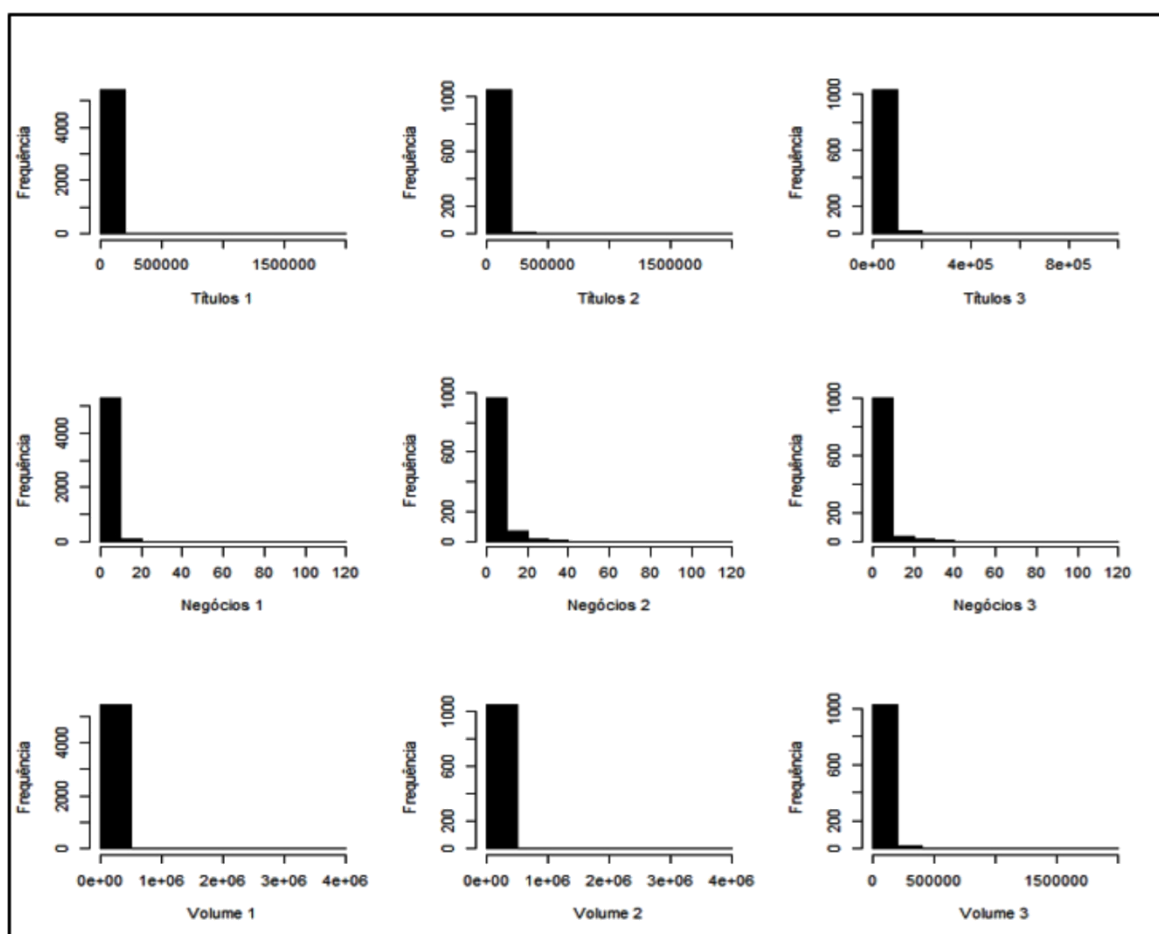


Figura 5. Distribuição de frequência das medidas de liquidez da ação Dohler PN para o período de janeiro de 1995 até fevereiro de 2016.

Figure 5. Frequency distribution of the liquidity measures of the Dohler PN stock for the period from January 1995 to February 2016.

Tabela 10. Teste Jarque-Bera para normalidade

Table 10. Jarque-Bera test for normality

Variáveis	Estatística	P-valor
Títulos 1	428210000	<0.0001
Títulos 2	3574900	<0.0001
Títulos 3	1230500	<0.0001
Volume 1	248240000	<0.0001
Volume 2	2181200	<0.0001
Volume 3	592640	<0.0001
Negócios 1	19866000	<0.0001
Negócios 2	305480	<0.0001
Negócios 3	585940	<0.0001

A partir da Figura 5 e dos resultados da Tabela 10, observa-se que nenhuma das nove séries utilizadas para análise da liquidez da ação apresentam distribuição normal. Todas as

séries apresentam picos expressivos na distribuição de frequência, indicando que na maioria do período analisado as medidas de liquidez apresentaram níveis semelhantes, ou seja, dentro da mesma classe na distribuição de frequência.

3.4 RETORNO E RISCO PARA O MERCADO BRASILEIRO

Em um segundo momento, este estudo buscou apresentar as estimativas médias do retorno, do risco e da liquidez para o mercado brasileiro como um todo. Assim, nesta subseção são apresentados os retornos e riscos médios estimados de cada ação que fez parte da amostra. Isto posto, são expostos na Figura 6 o comportamento temporal destas variáveis.

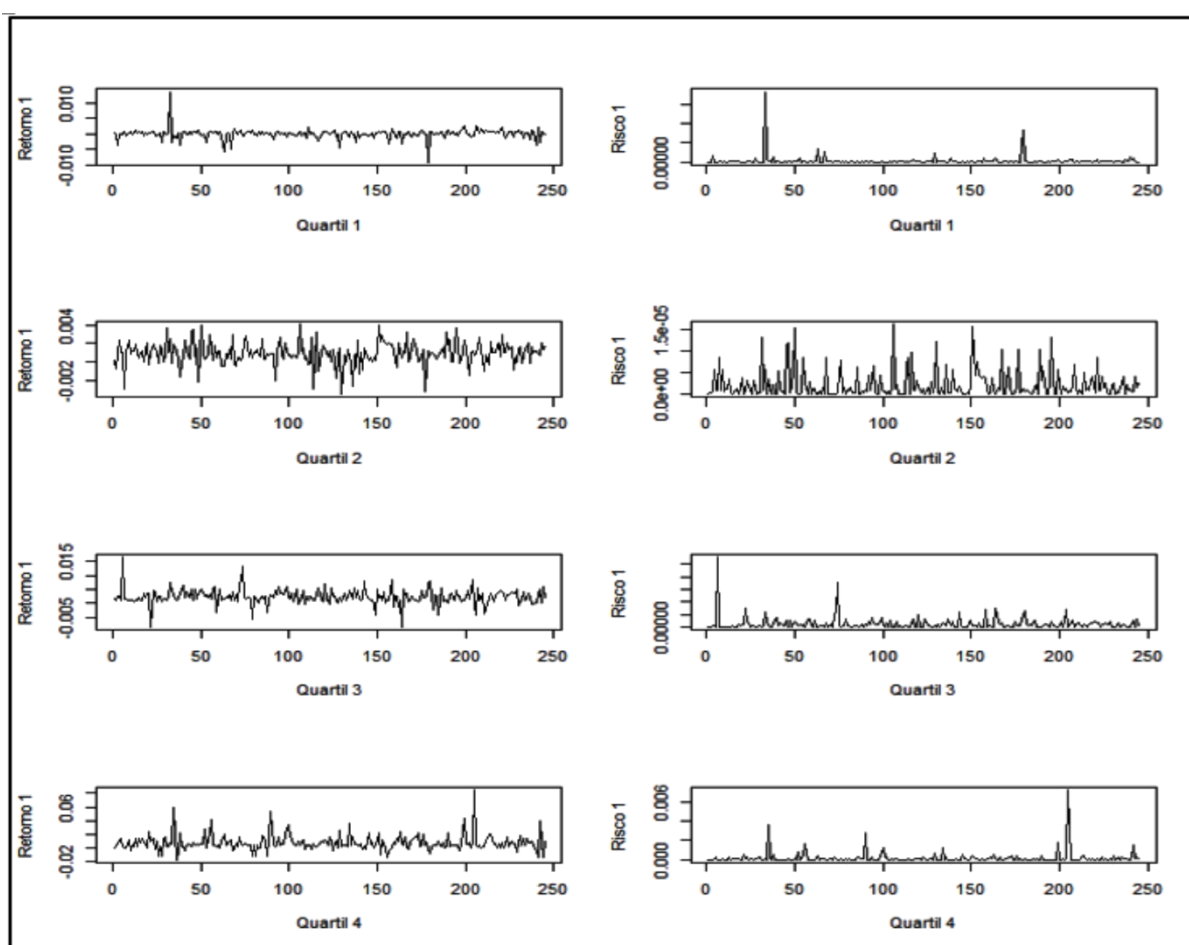


Figura 6. *Evolução temporal dos log-retornos calculados pelo procedimento trade-to-trade e seus respectivos riscos estimados para 980 ações negociadas na BM&FBOVESPA para o período de janeiro de 1995 até fevereiro de 2016.*

Figure 6. *Time evolution of log-returns calculated by the trade-to-trade procedure and its respective estimated risks for 980 stocks traded on BM&FBOVESPA for the period from January 1995 to February 2016.*

Na Figura 6, Retorno 1 é calculado pelo procedimento *trade-to-trade* e Risco 1 é o risco deste respectivo retorno. A fim de observar os possíveis efeitos da negociação infrequente nas

estimativas destas variáveis as séries foram divididas em quartis de acordo os dias em que cada ação não foi negociada. Assim, Quartil 1 é composto pelas 245 ações que apresentaram a menor média de dias sem negociação e Quartil 4 a maior média de dias sem negociação.

De um modo geral, percebe-se que dispersão das séries tende a aumentar a medida em que se eleva o número de dias em que as ações não só negociadas. Tal fato é consistente com a teoria financeira, uma vez que a negociação infrequente é um indicativo de maior risco e consequentemente um maior retorno para os investidores.

Ainda cabe ressaltar que mesmo as ações do Quartil 1, com maior frequência de negociação, apresentaram *outliers* em sua série, o que decorreu de características específicas apresentadas pelos ativos. Seguindo o mesmo procedimento empregado, o Retorno 2, o qual é o retorno obtido ao se remover os dias em que não houve negociação e o seu respectivo risco foram divididos novamente em quartis. Sendo o Quartil 1 composto pelas mesmas 245 ações que apresentaram a menor média de dias sem negociação e Quartil 4 a maior média de dias sem negociação. A Figura 7 expõe o comportamento temporal destas variáveis.

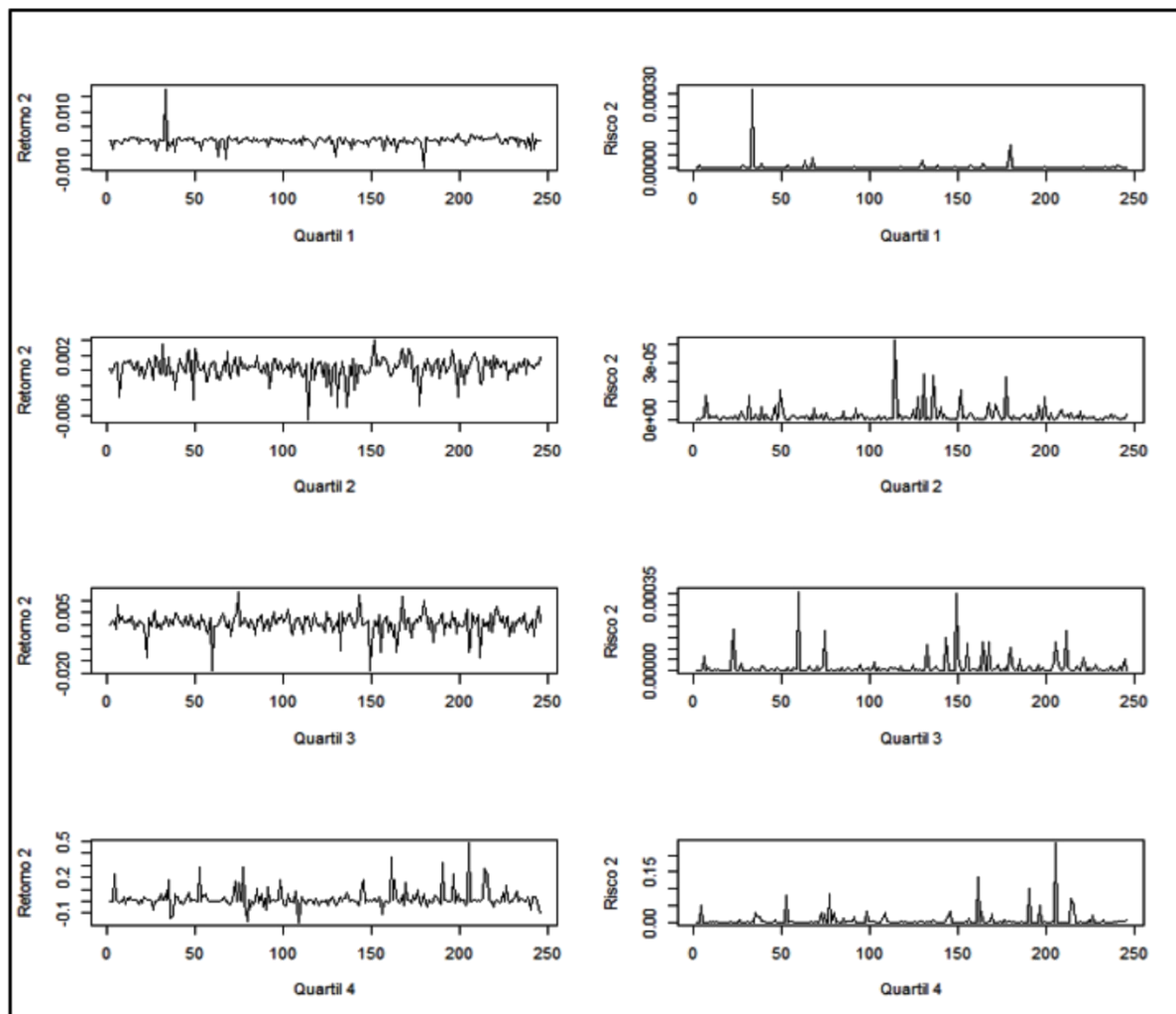


Figura 7. Evolução temporal dos log-retornos calculados ao se remover os dias em que não houve negociação e seus respectivos riscos estimados para 980 ações negociadas na BM&FBOVESPA para o período de janeiro de 1995 até fevereiro de 2016.

Figure 7. Time evolution of calculated log-returns when removing the days, which had no trading, and their respective estimated risks for 980 stocks traded on BM&BOVESPA for the period from January 1995 to February 2016.

Ao comparar as Figuras 4 e 5 percebe-se que as séries possuem comportamentos semelhantes em diversos pontos. Contudo, quando observado o Quartil 4, constata-se um intenso aumento na variabilidade desse quartil. Nas ações com maior número de dias sem negociação a remoção dos dias não negociados provoca um significativo aumento na variação das séries. Esse fenômeno, indica que optar pela remoção dos dias acaba por ampliar a variância das variáveis em estudo ao passo que utilizar a técnica *trade-to-trade* a reduz.

Como anteriormente, é apresentado o Retorno 3, sendo este o retorno alcançado ao se repetir o preço de fechamento da ação do último dia em que ela foi negociada nos dias em que

não houve negociação, juntamente com seu respectivo risco estimado. Estas variáveis foram novamente divididas em quartis e podem ser observadas na Figura 8.

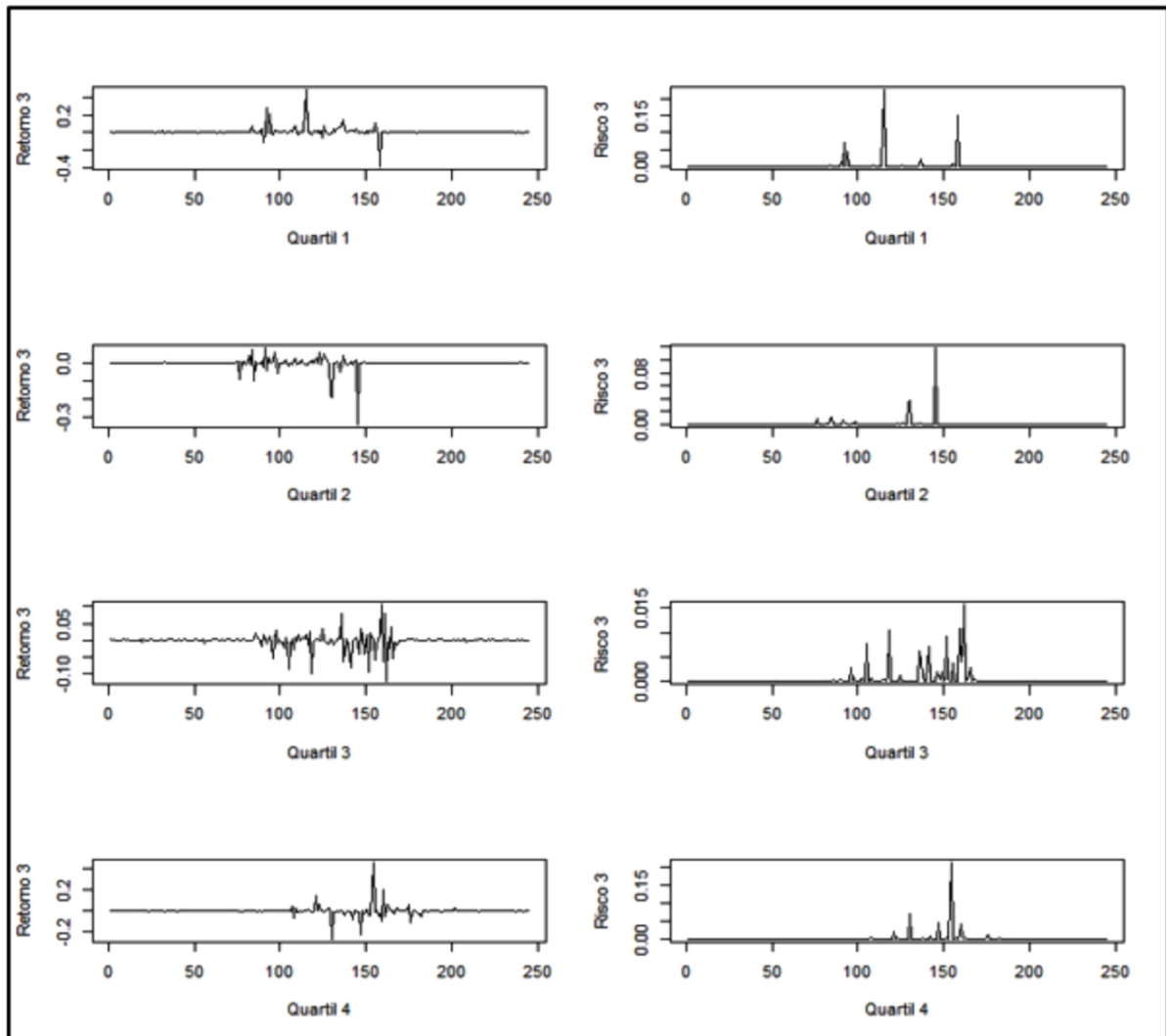


Figura 8. *Evolução temporal dos log-retornos calculados ao se repetir o preço de fechamento da ação do último dia em que ela foi negociada nos dias em que não houve negociação e seus respectivos riscos estimados para 980 ações negociadas na BM&FBOVESPA para o período de janeiro de 1995 até fevereiro de 2016.*

Figure 8. *Time evolution of the log-returns calculated by repeating the closing price of the stock on the last day it was traded on days when there was no trading and its respective estimated risks for 980 stocks traded on the BM&FBOVESPA for the period from January 1995 to February 2016.*

Na Figura 8, devido ao elevado número de zeros, a maior parte dos retornos médios tendem a se aproximar da nulidade, os quais se mesclam com alguns *outliers* resultantes de ações que são frequentemente negociadas com outras que apresentaram comportamentos atípicos no mercado. Dado que os retornos diários muitas vezes apresentam valores positivos

ou negativos próximos a zero, a repetição dos preços de fechamento faz com que se formem retornos nulos nos dias sem negociação.

Dando continuidade à análise, são apresentadas na Tabela 11 as estatísticas descritivas das séries de log-retornos e seus riscos estimados. A partir da Tabela 11 é possível observar, em síntese, que o procedimento *trade-to-trade* (Retorno 1) tende a amenizar a variabilidade das séries, o que pode ser observado pelos desvios padrões e seus respectivos pontos de máximo e mínimo, tanto para os retornos como para os seus riscos. Ao mesmo tempo, a repetição dos preços de fechamento aparenta ser a técnica mais realista do ponto de vista financeiro, pois ao se considerar a falta de negociabilidade das ações a técnica acaba por ampliar variabilidade em torno dos valores esperados, além de destacar os pontos extremos. Por sua vez, o Retorno e Risco 2, apresentam uma variabilidade semelhante ao do Retorno 3, porém menos impactante devido a sua média superior.

Tabela 11. Estatísticas descritivas das séries de log-retornos e seus respectivos riscos estimados para 980 ações negociadas na BM&FBOVESPA para o período de janeiro de 1995 até fevereiro de 2016.

Table 11. Descriptive statistics of the log-returns series and their respective estimated risks for 980 stocks traded on the BM&FBOVESPA for the period from January 1995 to February 2016.

Variável	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	Assimetria	Curtose	Obs.
Retorno 1	0.0026	0.0064	-0.0175	0.0853	4.8513	43.4629	980
Retorno 2	0.0059	0.0389	-0.1736	0.4851	5.9037	52.9771	980
Retorno 3	0.0005	0.0379	-0.3883	0.4717	1.8484	73.2459	980
Risco 1	<0.0001	0.0003	<0.0001	0.0073	17.1179	363.0454	980
Risco 2	0.0015	0.0116	<0.0001	0.2353	12.9516	208.9335	980
Risco 3	0.0014	0.0124	<0.0001	0.2225	14.0374	219.0979	980

Ademais, como já encontrado anteriormente, constatou-se um comportamento positivamente assimétrico nas séries, havendo uma maior frequência de observações à esquerda da média e uma curtose leptocúrtica. Na sequência, foram expostos os testes: Testes t, de Wilcoxon e F para os quartis dos retornos e seus respectivos riscos estimados, os quais visam servir como indicativos das diferenças existentes entre as séries. Os resultados destes testes são colocados na Tabela 12.

Tabela 12. Testes *t*, de Wilcoxon e *F* para os retornos e seus respectivos riscos estimados para 980 ações negociadas na BM&FBOVESPA para o período de janeiro de 1995 até fevereiro de 2016.

Table 12. *T tests, Wilcoxon and F tests for returns and their respective estimated risks for 980 stocks traded on the BM&FBOVESPA for the period from January 1995 to February 2016.*

Quartil	Retorno	Teste t	P-valor	Wilcoxon	P-valor	Teste F	P-valor
1	1 e 2	0.7177	0.4732	31697	0.2824	0.7315	0.0149
1	1 e 3	-1.8713	0.0625	27811	0.1600	0.0009	<0.0001
1	2 e 3	-1.9058	0.0578	26506	0.0252	0.0013	<0.0001
2	1 e 2	5.1386	<0.0001	38032	<0.0001	0.7549	0.0285
2	1 e 3	1.6503	0.1002	38429	<0.0001	0.0014	<0.0001
2	2 e 3	1.3563	0.1762	31602	0.3106	0.0018	<0.0001
3	1 e 2	5.6869	<0.0001	40168	<0.0001	0.4448	<0.0001
3	1 e 3	3.3485	<0.0001	47129	<0.0001	0.0158	<0.0001
3	2 e 3	2.0481	0.0415	36079	0.0001	0.0356	<0.0001
4	1 e 2	-3.0341	0.0026	28688	0.3982	0.0233	<0.0001
4	1 e 3	2.2633	0.0244	46628	<0.0001	0.0646	<0.0001
4	2 e 3	3.8335	0.0001	39916	<0.0001	2.7739	<0.0001
Quartil	Risco	Teste t	P-valor	Wilcoxon	P-valor		
1	1 e 2	-0.5427	0.5876	28897	0.4766		
1	1 e 3	-2.0787	0.0386	22832	<0.0001		
1	2 e 3	-2.0779	0.0387	23662	<0.0001		
2	1 e 2	0.8128	0.4167	33644	0.0205		
2	1 e 3	-1.9101	0.0572	30159	0.9258		
2	2 e 3	-1.9107	0.0572	27499	0.1088		
3	1 e 2	-1.1288	0.2597	34558	0.0037		
3	1 e 3	-3.8029	0.0001	38555	<0.0001		
3	2 e 3	-3.7709	0.0002	34613	0.0033		
4	1 e 2	-4.0383	<0.0001	18747	<0.0001		
4	1 e 3	-1.7891	0.0748	45937	<0.0001		
4	2 e 3	2.2808	0.0230	49514	<0.0001		

A Tabela 12 buscou expor as diferenças de média e variância entre os retornos e riscos estimados dado cada um dos quatro quartis estudados. Na análise da diferença de média dos retornos é possível observar que o método de cálculo possui um maior impacto nos valores médios das ações menos negociadas, como pode ser visto nas estatísticas dos quartis 3 e 4. Por outro lado, os resultados sugerem que o procedimento de cálculo é menos impactante para as ações frequentemente transacionadas. Quando examinado as diferenças de variâncias, por sua vez, estas se mostraram estatisticamente significativas para todos os quartis, independentemente da técnica utilizada.

Na segunda parte da Tabela 12 são apresentados os testes de diferenças para os riscos estimados. Os resultados sugerem haver diferenças estatisticamente significativas entre as médias e medianas dos riscos estimados em diferentes quartis analisados. Sendo estas diferenças mais significativas quando observadas através de análises não paramétricas, o que se deve ao comportamento do risco financeiro que, em geral, se afasta da normalidade. Para

avaliar se as séries de retorno apresentaram distribuição normal, realizou-se o teste Jaque-Bera para cada ação. A Figura 9, apresenta a distribuição de frequência para os níveis de significância do teste.

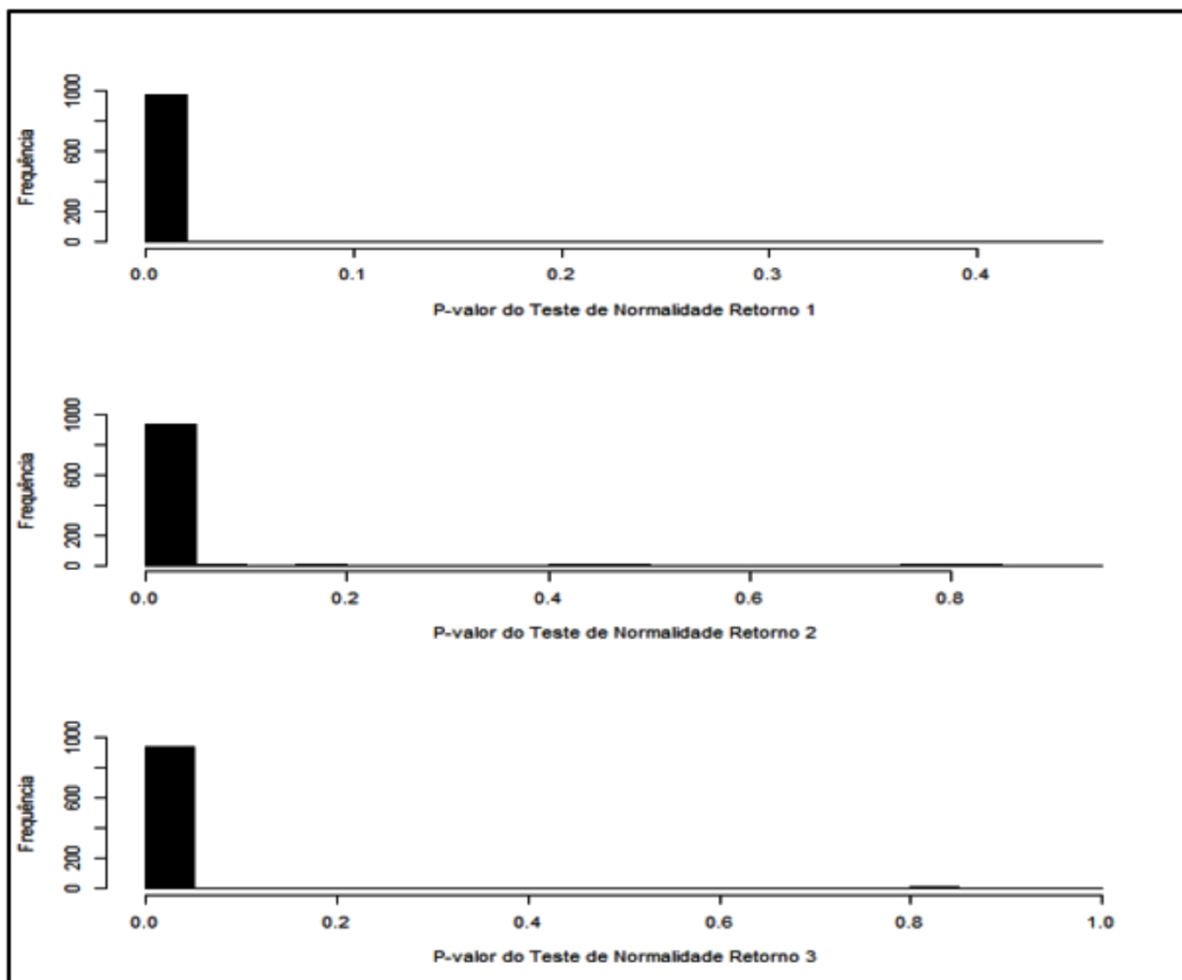


Figura 9. Distribuição de frequência dos níveis de significância do teste Jaque-Bera para as séries de retorno 1, 2 e 3, no período de período de janeiro de 1995 até fevereiro de 2016 das 980 ações.

Figure 9. Frequency distribution of significance levels of the Jarque-Bera test for the return series 1, 2 and 3, in the period from January 1995 to February 2016 for the 980 stocks.

Na Figura 9, observa-se que para quase a totalidade das ações negociadas, os níveis de significância indicam a rejeição da hipótese nula do teste de Jaque-Bera, ou seja, as séries, independentemente da forma de cálculo do retorno, não apresentam distribuição normal. Resultados semelhantes, não apresentados na figura, foram obtidos na avaliação das séries de risco, indicando que as medidas de risco, também não apresentaram normalidade.

3.5 LIQUIDEZ PARA O MERCADO BRASILEIRO

Seguindo a mesma lógica, este artigo apresentou os valores médios da liquidez para o mercado brasileiro como um todo. Desse modo, esta subseção expõe as séries de número de títulos, negócios e volume médio negociado para 980 ações negociadas na BM&FBOVESPA no período de janeiro de 1995 até fevereiro de 2016. A Figura 10 expõe o comportamento temporal do número de títulos.

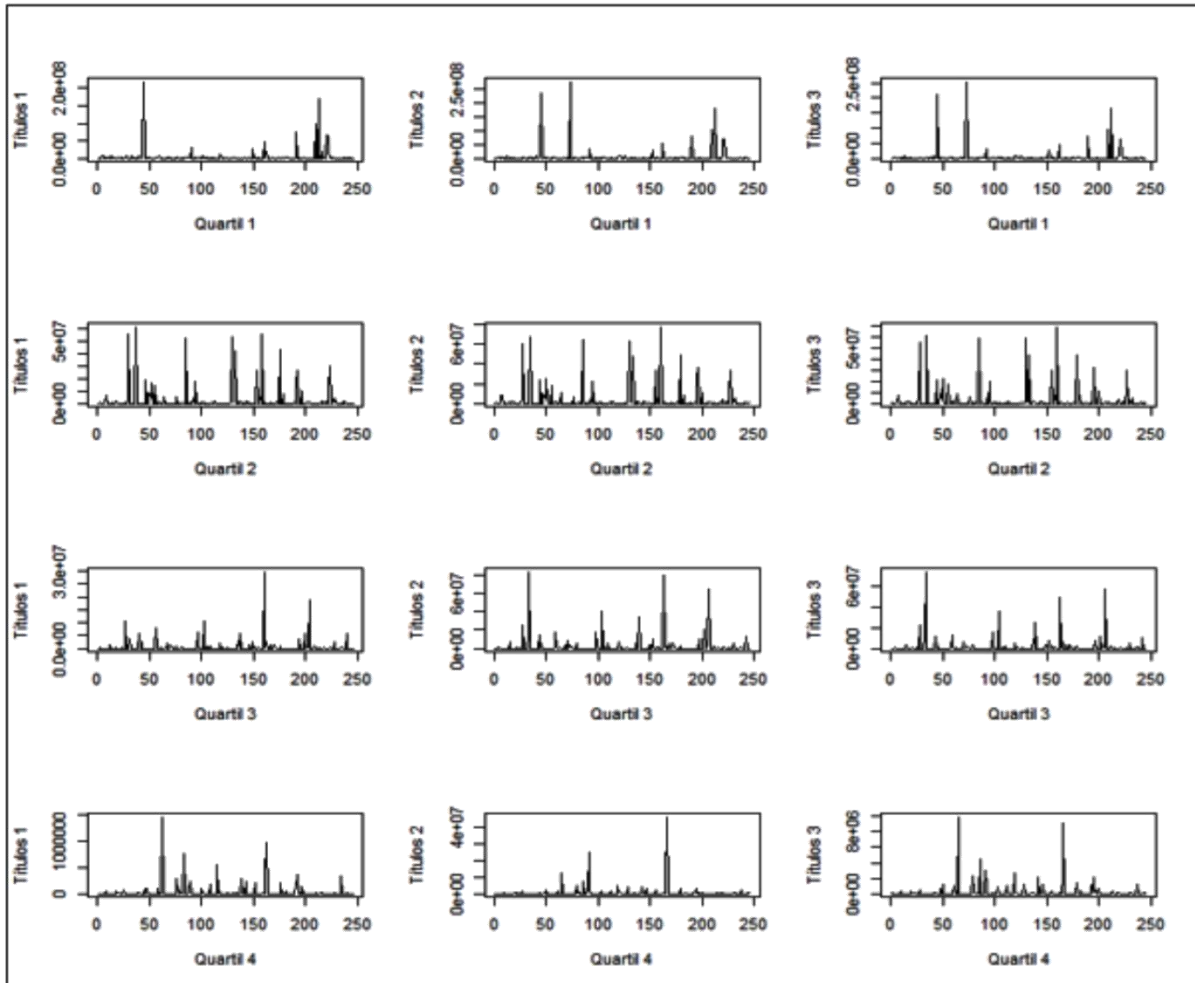


Figura 10. *Evolução temporal do número médio de títulos negociados por 980 ações negociadas na BM&FBOVESPA para o período de janeiro de 1995 até fevereiro de 2016.*

Figure 10. *Time evolution of the average number of securities traded for 980 stocks traded on BM&FBOVESPA for the period from January 1995 to February 2016.*

Na Figura 10, o lado esquerdo apresenta as medidas de liquidez onde os dias em que não houveram negociações foram substituídos por zero e ao centro apenas os dias em que ocorreu negociação, ignorando-se os períodos em branco. No lado direito da figura, tem-se a variável títulos calculada pelo procedimento trade-to-trade, a qual se diferencia das demais por se tratar de uma medida da variação dos títulos negociados, enquanto as outras duas indicam a

quantidade de títulos negociados, ou seja, tratam-se de variáveis em nível. Além disso, as ações foram divididas em quartis, sendo o Quartil 1 composto pelas 245 ações que apresentaram a menor média de dias sem negociação e Quartil 4 a maior média de dias sem negociação. Portanto, o quartil 1 é composto pelas empresas mais líquidas enquanto que o quartil 4 é formado pelas ações com as maiores infrequências de negociação, ou seja, as mais ilíquidas.

Na observação da Figura, percebe-se a redução no número médio de títulos transacionados nas ações em que o valor médio dos dias não negociados aumenta, o que ocorre na medida em que mudam os quartis das ações mais negociadas para as menos transacionadas. Ainda cabe destacar a forte presença de *outliers* em todos os quartis analisados, o que se deve a presença de ações que negociam mais títulos do que a média das demais que estão no mesmo nível de frequência de negociação.

A próxima variável dada é o número médio de negócios realizados para as 980 ações da BM&FBOVESPA no período de janeiro de 1995 até fevereiro de 2016. Como anteriormente, os quartis iniciais representam as ações comercializadas com maior frequência e os finais as menos negociadas. A Figura 11 apresenta o comportamento temporal do número de negócios.

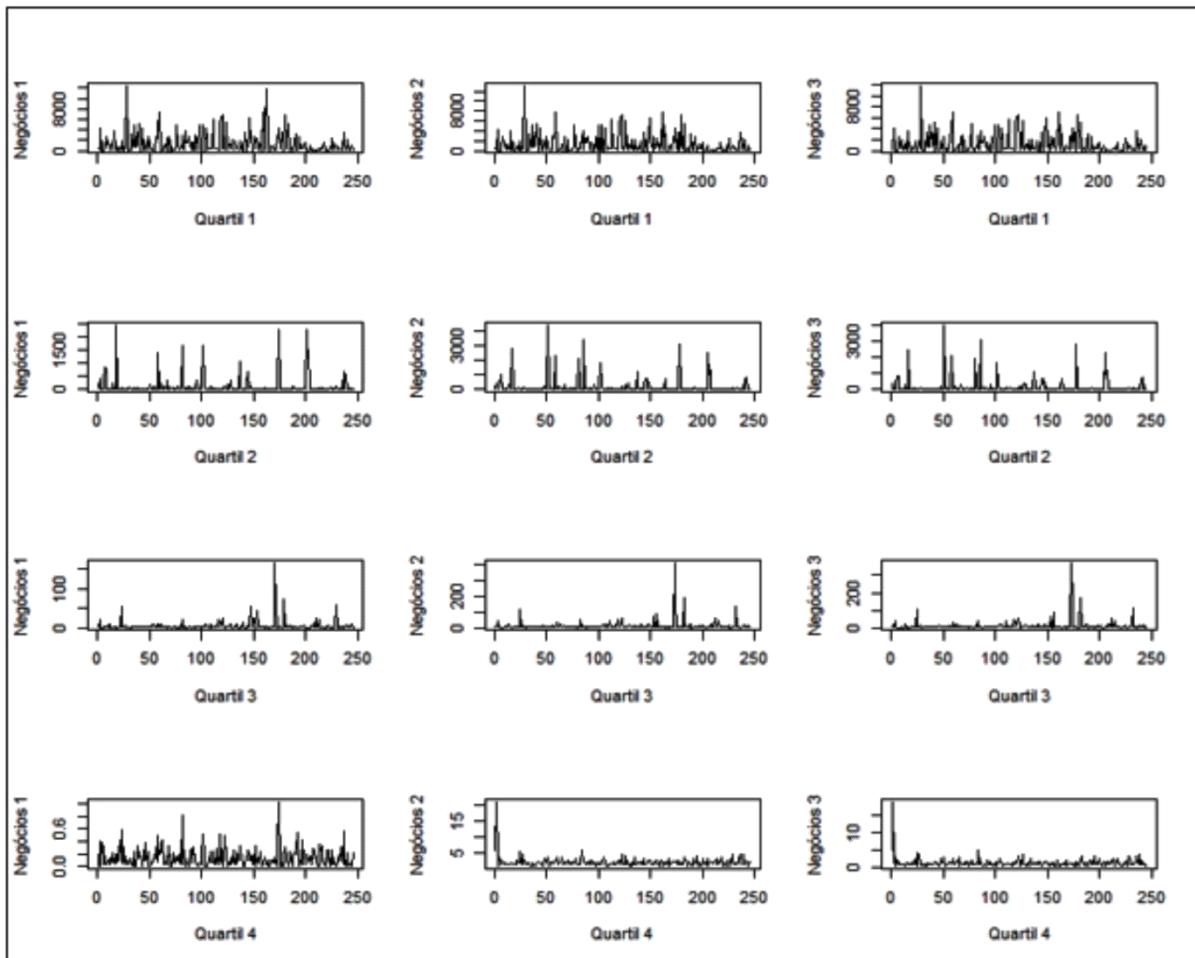


Figura 11. *Evolução temporal do número médio de negócios realizados por 980 ações negociadas na BM&FBOVESPA para o período de janeiro de 1995 até fevereiro de 2016.*

Figure 11. *Time evolution of the average number of trades made by 980 stocks negotiated on the BM&FBOVESPA for the period from January 1995 to February 2016.*

Na Figura 11, percebe-se um comportamento similar ao já observado na figura anterior, onde constata-se uma visível redução do número médio de negócios realizados dado as mudanças nos quartis. No Quartil 1 é possível encontrar médias superiores a seis mil negócios diários, enquanto que no Quartil 4 estes valores ficam, em geral, abaixo de 5 negócios diários. Tal fato salienta a visível concentração da liquidez no mercado acionário brasileiro, além de destacar o grande número de ações pouco negociadas. Este fenômeno ganha ainda mais destaque ao se adicionar zero nos dias sem negociações, como pode ser visto nos Quartis 2, 3 e 4, tendo esta técnica menos efeitos para as ações mais líquidas.

A última variável é o volume médio negociado para as 980 ações. O lado esquerdo apresenta o volume em que os dias em que não houveram negociações foram substituídos por zero, ao centro apenas os dias que ocorreu negociação e à direita o procedimento *trade-to-trade*. A Figura 12 apresenta o comportamento temporal do número de títulos.

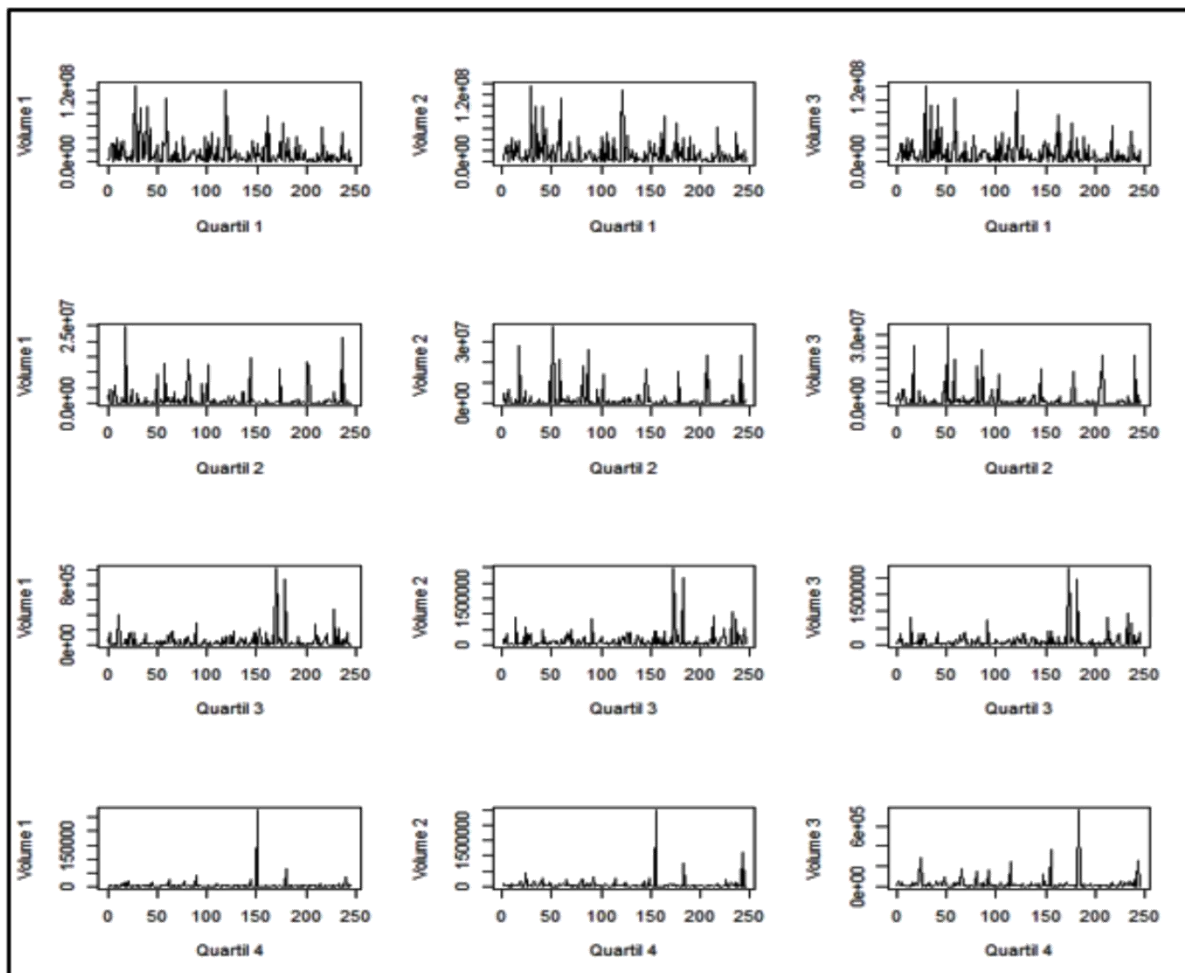


Figura 12. *Evolução temporal do volume financeiro médio para 980 ações negociadas na BM&FBOVESPA para o período de janeiro de 1995 até fevereiro de 2016.*

Figure 12. *Time evolution of the average financial volume for 980 stocks traded on the BM&FBOVESPA for the period from January 1995 to February 2016.*

Na Figura 12, pode-se observar novamente a redução do volume para as ações menos negociadas, os quais chegam a média de 30 milhões de reais diários para as ações mais negociadas e a valores inferiores a 50 mil para as menos negociadas. Tal fato reitera a concentração da liquidez no mercado brasileiro e salienta a importância de estudos que analisem a liquidez do mercado como um todo e não apenas das ações mais líquidas.

Como próxima etapa são apresentadas na Tabela 13 as estatísticas descritivas das séries de número de negócios, de títulos e volume médio negociado para as 980 ações negociadas na BM&FBOVESPA. Os resultados permitem constatar que a adição do valor zero nos dias em que não houve negociação tende a reduzir a liquidez esperada de um ativo. Tal fato pode ser observado pelos valores das médias, desvios e pontos de mínimo e máximo para as três primeiras variáveis. Fato, este, que tende a tornar a avaliação da liquidez mais realista, uma vez que ações com menor frequência de negociação tendem a ser menos líquidas.

Tabela 13. *Estatísticas descritivas das séries de número de negócios, de títulos e volume médio negociado para 980 ações negociadas na BM&FBOVESPA para o período de janeiro de 1995 até fevereiro de 2016.*

Table 13. *Descriptive statistics of the series of trades, securities and average volume traded for 980 stocks traded on BM&FBOVESPA for the period from January 1995 to February 2016.*

Variável	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	Assimetria	Curtose	Obs.
Tít 1	1926930	11363190	1.3247	218635400	12.3352	192.0915	980
Tít 2	2988555	15791320	2.2321	274529600	11.0251	152.8949	980
Tít 3	2549822	14240860	1.0449	254132800	11.5395	165.3721	980
Neg 1	350.3641	1097.4700	0.1562	12311.4039	5.2924	37.0497	980
Neg 2	370.7258	1103.7754	1.4677	12994.3723	4.8450	31.0192	980
Neg 3	336.3457	1002.6078	0.2270	11749.2501	4.8316	30.7412	980
Vol 1	3834324	11852900	9.6148	134723400	10.6970	172.6971	980
Vol 2	3860596	14464710	72.9428	290734600	5.8885	45.4304	980
Vol 3	3522179	10831240	2.12656	121409000	5.8318	44.4537	980

Novamente, como observado nos retornos e no risco, todas as séries apresentaram um comportamento positivamente assimétrico, com uma maior frequência de observações à esquerda da média e uma curtose leptocúrtica. Como última parte da análise, são apresentados os testes: Testes t, de Wilcoxon e F para os quartis do número de negócios, de títulos e volume médio negociado. Os resultados destes testes são postos na Tabela 14.

Tabela 14. Testes *t*, de Wilcoxon e *F* para o número de negócios, de títulos e volume médio negociado para 980 ações negociadas na BM&FBOVESPA para o período de janeiro de 1995 até fevereiro de 2016.

Table 14. *T* tests, Wilcoxon and *F* for the number of trades, securities and average volume traded for 980 stocks traded on the BM&FBOVESPA for the period from January 1995 to February 2016.

Quartil	Títulos	Teste t	P-valor	Wilcoxon	P-valor	Teste F	P-valor
1	1 e 2	-0.5713	0.5680	29630	0.8074	0.5422	<0.0001
1	1 e 3	-0.3878	0.6983	30694	0.6637	0.6416	0.0005
1	2 e 3	0.1861	0.8524	31008	0.5255	1.1834	0.1891
2	1 e 2	-0.7466	0.4556	26812	0.0411	0.6810	0.0028
2	1 e 3	-0.40208	0.6878	27682	0.1371	0.83659	0.1642
2	2 e 3	0.35375	0.7237	30993	0.5318	1.2284	0.1088
3	1 e 2	-2.7417	0.0065	22997	<0.0001	0.0763	<0.0001
3	1 e 3	-2.2943	0.0224	24639	0.0006	0.12241	<0.0001
3	2 e 3	0.72544	0.4685	31842	0.2432	1.6027	0.0002
4	1 e 2	-2.6607	0.0083	14527	<0.0001	0.0014	<0.0001
4	1 e 3	-3.1256	0.0019	18231	<0.0001	0.0192	<0.0001
4	2 e 3	1.7192	0.0866	35129	0.0010	12.913	<0.0001
Quartil	Volume	Teste t	P-valor	Wilcoxon	P-valor	Teste F	P-valor
1	1 e 2	0.2655	0.7907	29748	0.8662	1.6533	<0.0001
1	1 e 3	0.83378	0.4049	30900	0.5712	1.9835	<0.0001
1	2 e 3	0.65155	0.515	31059	0.5045	1.1997	0.1557
2	1 e 2	-1.6488	0.0999	24535	0.0004	0.4305	<0.0001
2	1 e 3	-1.2949	0.196	25795	0.0071	0.51562	<0.0001
2	2 e 3	0.38042	0.7038	31469	0.3529	1.1977	0.1595
3	1 e 2	-4.7592	<0.0001	16647	<0.0001	0.1555	<0.0001
3	1 e 3	-3.7998	0.0001	19272	<0.0001	0.19939	<0.0001
3	2 e 3	1.0795	0.2809	33473	0.0272	1.2817	0.0530
4	1 e 2	-3.7852	0.0001	6202	<0.0001	0.0095	<0.0001
4	1 e 3	-3.8875	0.0001	11268	<0.0001	0.0843	<0.0001
4	2 e 3	2.3108	0.0215	39007	<0.0001	8.7984	<0.0001
Quartil	Negócios	Teste t	P-valor	Wilcoxon	P-valor	Teste F	P-valor
1	1 e 2	-0.0674	0.9463	29907	0.9466	1.0273	0.8335
1	1 e 3	0.6726	0.5015	30922	0.5621	1.2454	0.0872
1	2 e 3	0.7486	0.4544	30941	0.5537	1.2123	0.1334
2	1 e 2	-1.6484	0.1000	24355	0.0003	0.3748	<0.0001
2	1 e 3	-1.3465	0.1788	25753	0.0065	0.45429	<0.0001
2	2 e 3	0.3388	0.7349	31594	0.3131	1.212	0.1338
3	1 e 2	-3.2728	0.0011	10544	<0.0001	0.1796	<0.0001
3	1 e 3	-2.7958	0.0054	14006	<0.0001	0.21408	<0.0001
3	2 e 3	0.5403	0.5892	35952	0.0001	1.1918	0.1713
4	1 e 2	-21.5630	<0.0001	10345	<0.0001	0.0092	0.0285
4	1 e 3	-11.54	<0.0001	1045	<0.0001	0.0108	<0.0001
4	2 e 3	8.0087	<0.0001	51973	<0.0001	1.1656	0.2322

Na Tabela 14, a primeira medida de liquidez em destaque é o número médio de títulos negociados. A observação do teste *t* permite auferir que apenas os quartis 3 e 4 apresentaram diferenças de médias dado o procedimento escolhido para observar a liquidez. Sendo que quando observado seu similar não paramétrico, o segundo quartil também se mostra estatisticamente significativo. Já os testes *F* de diferença de variância apresentaram significância para todos os quartis analisados.

Ao mesmo tempo, a série do volume e número negócios dispõe de um padrão semelhante, tendo o número de negócios não apresentado mudanças significativas também para a variância quando considerado apenas o quartil das empresas mais frequentemente negociadas. Desse modo, estas constatações destacam a relevância de se considerar os dias não negociados para a mensuração da liquidez, em especial para as ações que permanecem um número maior de dias sem serem negociadas.

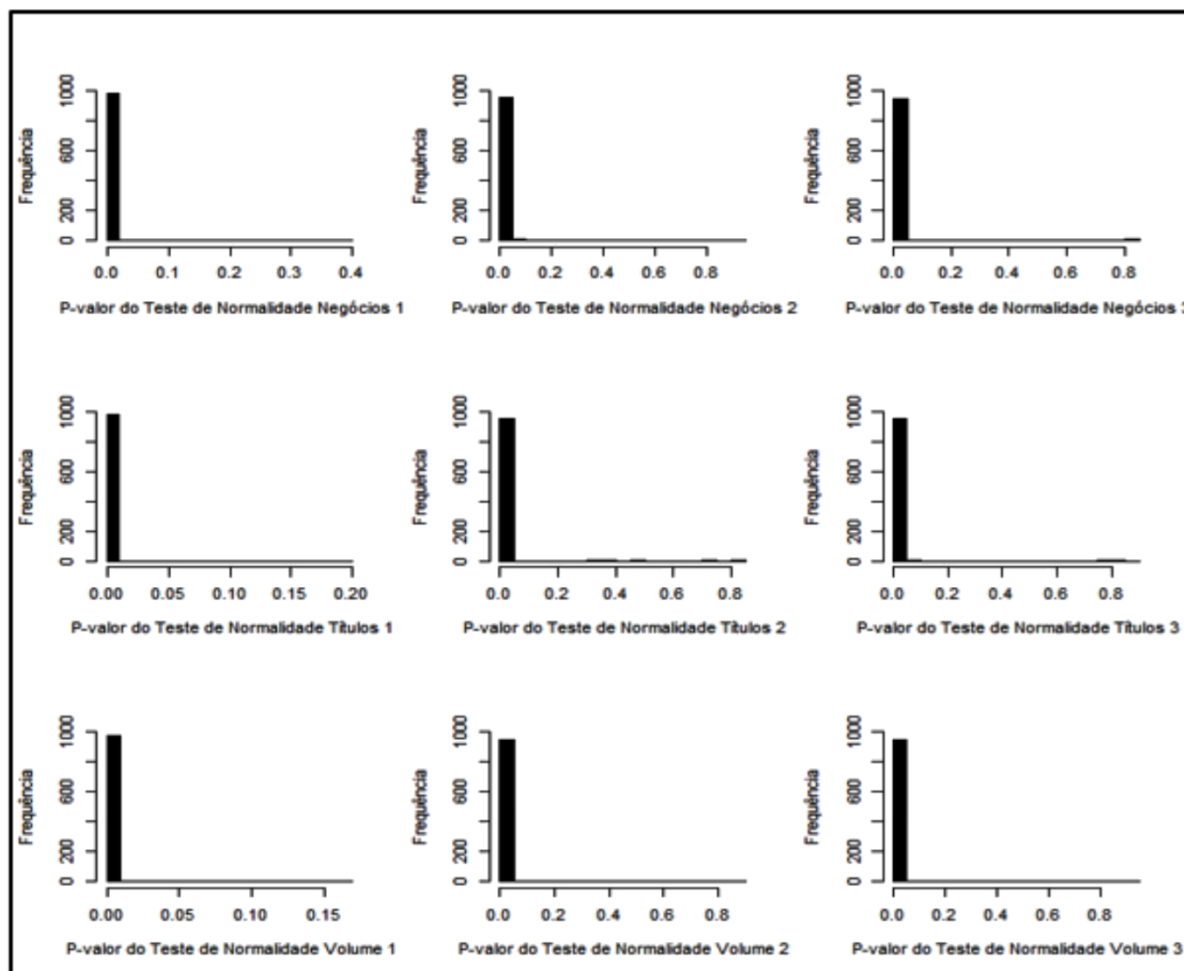


Figura 13. Distribuição de frequência dos níveis de significância do teste Jaque-Bera para as séries de títulos e volume 1,2 e 3, no período de janeiro de 1995 até fevereiro de 2016 das 980 ações.

Figure 13. Frequency distribution of significance levels of the Jarque-Bera test for the series of securities and volume 1,2 and 3, from January 1995 to February 2016 of the 980 stocks.

Mais uma vez, na Figura 13, observa-se que para quase a totalidade das ações negociadas, rejeita-se a hipótese nula do teste de Jaque-Bera, ou seja, as séries das variáveis de título e volume não possuem distribuição normal. Portanto, conclui-se que, independentemente

da técnica utilizada para o tratamento das negociações infrequentes, as séries não apresentaram distribuição normal.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo teve o objetivo de analisar o retorno, o risco e a liquidez dada à utilização de diferentes possibilidades de cálculo para ações que apresentam negociações infrequentes, ou seja, dados faltantes em suas séries. Para tanto, utilizou-se de gráficos, estatísticas descritivas e testes estatísticos para verificar a existência de diferenças entre as séries.

Em síntese, tanto os retornos como os riscos são afetados pelo método que o pesquisador ou investidor decide utilizar para compensar os dias em que o ativo não foi negociado. O procedimento *trade-to-trade* acaba por reduzir a magnitude da variação das séries, bem como seus pontos de máximo e mínimo. Já a repetição dos valores da última informação disponível, também reduz os desvios e intensifica a assimetria e curtose da ação, mas mantém os pontos de extremos inalterados. Nas amostras em que foram removidos os dias em que não houve negociação, os desvios se apresentam maiores e com uma assimetria e curtose intermediária em relação aos demais, não ocorrendo mudanças nos pontos extremos. Em relação à liquidez, a adição de valores zero reduziu as médias e desvios e intensificou a assimetria e curtose das variáveis, deixando-as mais afastadas da normalidade.

A divisão da amostra em quartis mostrou que para o grupo mais líquido a escolha entre os três procedimentos não implicou em grandes mudanças nas séries. Assim tais resultados indicam que em situação onde serão analisadas apenas empresas de maior liquidez a escolha do procedimento de cálculo dos retornos, riscos e liquidez não terá grande impacto nos resultados das estimativas. Por outro lado, na medida em que aumenta a iliquidez, quartis 2, 3 e 4, respectivamente, observaram-se diferenças significativas entre as séries, indicando que o procedimento de cálculo escolhido interferirá diretamente nas estimativas dos estudos. Neste caso, para a análise do retorno e risco, o procedimento *trade-to-trade* mostrou-se superior ao retorno apenas para os dias com negociação, especialmente devido à propriedade de transformar retornos de diferentes períodos em equivalente ao retorno diário, resolvendo assim o problema de se ter numa mesma série retornos de diferentes periodicidades.

Em termos de liquidez, os resultados demonstraram haver um enorme impacto da escolha do procedimento sobre as estimativas, principalmente no grupo de ações mais ilíquidas. Neste caso, eliminar os dias sem negociação da série amplia as médias das medidas de liquidez

dando uma “falsa impressão” de negociabilidade para o título. Por outro lado, a inserção de zeros para os dias sem negociação, torna “mais realista” as medidas de negociabilidade. Além disso, a presença de *outliers* em praticamente todos os quartis e para todas as medidas de liquidez demonstra a necessidade de utilização de diferentes proxies de liquidez para avaliação da negociabilidade, já que empresas com frequência de negociação semelhantes (mesmo quartil) apresentam diferenças em termos de quantidade de títulos, por exemplo. Assim, a utilização de apenas uma *proxy* poderá implicar em tratar empresas como semelhantes quando se avaliadas a partir de outras dimensões da liquidez teriam comportamentos distintos.

Entende-se que em estudos que envolvam simultaneamente análises de retorno, risco e liquidez a decisão de tratamento da série deva ser única para as diferentes medidas. Caso contrário, o pesquisador para um mesmo ativo, terá séries de retornos e riscos de tamanhos diferentes das séries de liquidez. O que acontecerá, se decidir, por exemplo, usar *trade-to-trade* para retornos e inserção de zeros nos dias sem negociação para as medidas de liquidez. Portanto, no caso de utilização simultânea de medidas de retorno, risco e liquidez, recomenda-se a utilização do procedimento *trade-to-trade*, que se mostrou o mais adequado, especialmente nas séries com alta infrequência de negociação.

Destaca-se ainda que o problema de escolha do método de cálculo torna-se mais relevante em séries de periodicidade diária, já que na medida em que se amplia o intervalo de tempo a tendência é que a quantidade de títulos sem negociação no intervalo diminua. Além disso, em dados mensais, podem ser aplicadas medidas de liquidez mais elaboradas como o índice Amivest utilizado por Amihud, Mendelson e Lauterbach (1997) e o *Turnover* padronizado de Liu (2006), que consideram em sua formulação um ajuste para os dias sem negociação.

A rejeição do hipótese de normalidade das séries, traz mais uma questão a ser considerada pelos pesquisadores. Neste caso, será necessário abdicar dos tradicionais modelos que pressupõem normalidade dos dados e passar a utilizar modelos mais adequados a situações de não-normalidade como, por exemplo, os modelos lineares generalizados, modelos de distribuições livres, ou ainda, adotar técnicas de transformações nas variáveis em busca da normalidade.

Como implicações financeiras, percebe-se que a superestimação do risco pode levar um agente a reter capital que poderia ser aplicado em investimentos lucrativos, ao passo que subestimar o risco pode resultar em perdas muito grandes sem o agente estar preparado, como observado em Righi e Ceretta (2016). De modo similar, a superestimação do retorno pode fazer

com que se criem expectativas irreais sobre o eventual ganho ou possível perda de uma aplicação, do mesmo modo que subestimar o retorno levaria a um entendimento de que um investimento é menos rentável do que seu real rendimento. Ao mesmo tempo, avaliar erroneamente a liquidez de uma ação pode fazer com que investidores se deparem com a necessidade de transformar seus ativos em dinheiro em um curto período de tempo e não obtenham sucesso devido à falta de liquidez.

Assim, os resultados indicam que a escolha do procedimento para tratamento das observações faltantes em análises de ações com baixa negociação podem afetar diretamente os resultados que serão obtidos em análises de investimentos, devido às séries possuírem significativa diferença estatística entre elas. Tal fato ganha mais relevância para mercados emergentes, como o brasileiro, pois estes mercados tendem a apresentar um grande número de ativos com baixa frequência de negociação.

REFERÊNCIAS

- AMIHUD, Y., MENDELSON, H., & LAUTERBACH, B. (1997). Market microstructure and securities values: evidence from the Tel Aviv Stock Exchange. *Journal of Finance Economics*, **45**, 365-390.
- LIU, W. (2006). A liquidity-augmented capital asset pricing model. *Journal of Financial Economics*, **82**, 631-671.
- MAYNES, E., RUMSEY, J. (1993). Conducting event studies with thinly traded stocks. *Journal of Banking & Finance*, **17**(1), 45-157.
- NUNES, L. N., KLÜCK, M. M., FACHEL, J. M. G. (2009). Uso da imputação múltipla de dados faltantes: uma simulação utilizando dados epidemiológicos. *Cad. Saúde Pública*, **25**(2), 268-278.
- PIGOTT, T. D. (2001). A review of methods for missing data. *Educational research and evaluation*, **7**(4), 353-383.
- RIGHI, M. B., CERETTA, P. S. (2016). Shortfall deviation risk: an alternative to risk measurement. *Journal of Risk*, **19**, 81-116.
- SADKA, R. (2011). Liquidity risk and accounting information. *Journal of Accounting and Economics*, **52**(2-3), 144–152.
- TIAN, Y. (2012). *Market Liquidity Risk and Market Risk Measurement*. Master Thesis, Delft University of Technology, Amsterdam, Netherlands. Recuperado de: <http://repository.tudelft.nl>

TSIKRIKTSIS, N. (2005). A review of techniques for treating missing data in OM survey research. *Journal of Operations Management*, **24**(1), 53-62.

VIEIRA, K. M. (1998). *Reação do Mercado a Stock Splits e Stock Dividends: um estudo de evento e um teste de liquidez*. Master Thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, Brasil. 192p Recuperado de: <http://lume.ufrgs.br>